МЕХАНИКА НА ФЛУИДИ

Предметен наставник: Вон. Проф. Д-р ВИОЛЕТА ЃЕШОВСКА

Д-р Виолета Ѓешовска

2

МИРУВАЊЕ НА ФЛУИДИТЕ

МИРУВАЊЕ НА ФЛУИДИТЕ ПРИТИСОК

Делот од Механика на флуиди кој ги изучува состојбите на мирување се нарекува СТАТИКА или ХИДРОСТАТИКА НА ФЛУИДИТЕ

Хидростатиката е состојба на флуидите без:

- релативно движење на флуидните честички,
- брзина и градиент на брзината,
- тангенцијални напрегања.

Во состојба на мирување ВИСКОЗИТЕТОТ нема никакво влијание

СИЛИ КОИ ДЕЛУВААТ НА ФЛУИДИТЕ

ВОЛУМЕНСКИ

СИЛИ ОД ТЕЖИНАТА

ПОВРШИНСКИ

СИЛИ ОД ПРИТИСОК

ИНЕРЦИЈАЛНИ

СИЛИ КОИ СЕ РЕЗУЛТАТ НА ДВИЖЕЊЕТО НА ФЛУИДИТЕ

СИЛИ КОИ ДЕЛУВААТ НА ФЛУИДИТЕ

ВОЛУМЕНСКИ

СИЛИ ОД ТЕЖИНАТА

Согласно Newton-овиот закон, силата од тежина се определува како производ од елементарна маса и забрзување од гравитација

$$dF = dM \cdot g$$

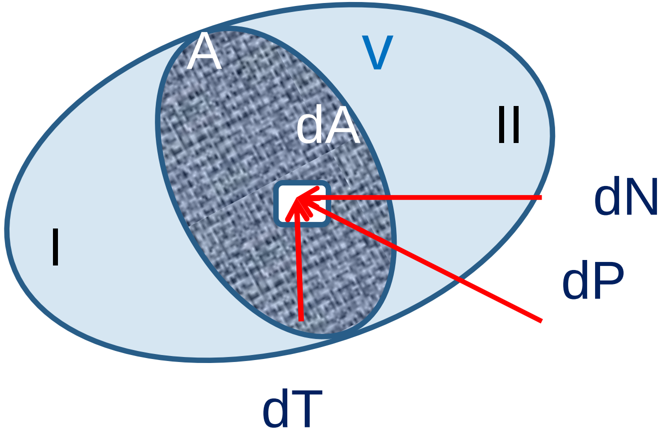
$$dM = \rho d\forall$$

$$\boxed{dF = \rho d\forall \cdot g}$$

СИЛИ КОИ ДЕЛУВААТ НА ФЛУИДИТЕ

ПОВРШИНСКИ

СИЛИ ОД ПРИТИСОК



$dA \to 0$
$dN/dA \to$ нормално напрегање
$dT/dA \to$ тангенцијално напрегање

Тангенцијалните напрегања во состојба на мирување се во меѓусебна рамнотежа,
нема лизгање на флуидните честички,
флуидот се однесува како идеален флуид

Нормалното напрегање во внатрешноста на флуидот може да биде само ПРИТИСОКОТ

СИЛИ КОИ ДЕЛУВААТ НА ФЛУИДИТЕ

ПОВРШИНСКИ

СИЛИ ОД ПРИТИСОК

ПРИТИСОКОТ е сила која делува на единица површина

$$p = dP / dA \quad [Pa = N/m^2]$$

ЕЛЕМЕНТАРНАТА СИЛА ОД ПРИТИСОКОТ се определува:

$$dP = p \cdot dA \quad [N]$$

СИЛИ КОИ ДЕЛУВААТ НА ФЛУИДИТЕ

ПОВРШИНСКИ

СИЛИ ОД ПРИТИСОК

ПОВРШИНСКИТЕ СИЛИ=СИЛИ ОД ПРИТИСОК

Во флуидот постои притисок и во состојба на мирување и во состојба на движење

Основни својства на притисокот во состојба на мирување (СТАТИЧКИ ПРИТИСОК):

- Секојпат е нормален на површината,
- Има иста вредност во една точка без разлика каква е површината

ПРИТИСОК / СИЛА ОД ПРИТИСОК

ПРИТИСОКОТ е сила која делува на единица површина

$$p = P / A$$ [Pa=N/m^2]

СИЛА ОД ПРИТИСОКОТ се определува:

$$P = p \cdot A$$ [N]

Во Меѓународниот систем на мерки како единица за притисок се користи:

1bar=100 000 Pa=10^5 Pa

1mbar=100 Pa=10^2 Pa

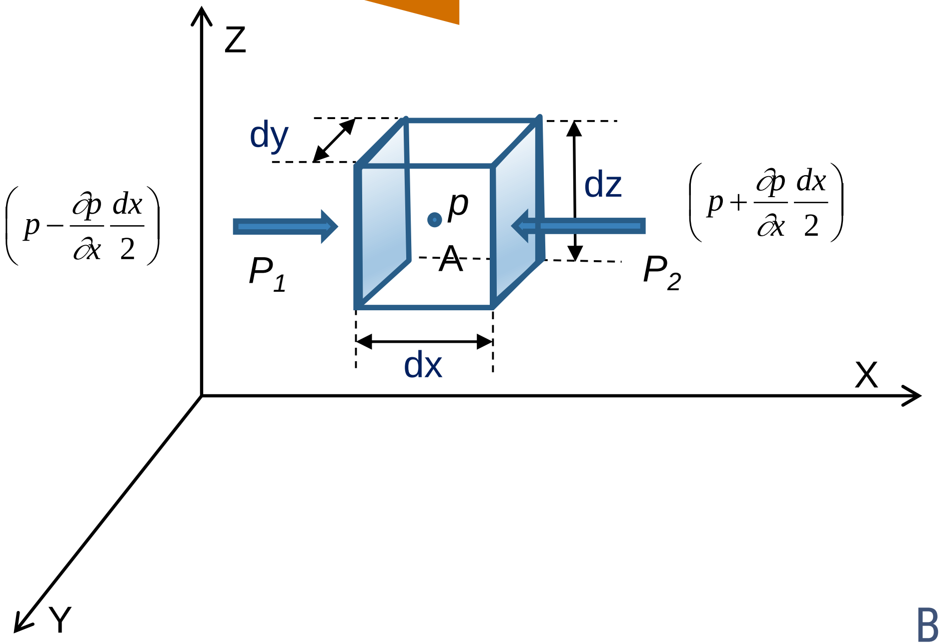
Атмосферскиот притисок на морската површина=Нормален атмосферски притисок

$p_{at}=p_o$=101 325 Pa=101 kPa

$p_{at}=p_o$=760 mmHg=10.3 mH_2O

Д-р Виолета Ѓешовска

ОСНОВНИ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ



СИЛИ ОД ПРИТИСОК

$$P_1=\left(p-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)dydz \qquad P_2=\left(p+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)dydz$$

$$P_X=P_2-P_1=\left(p+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)dydz-\left(p-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)dydz$$

$$P_X=P_2-P_1=\cancel{pdydz}+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2}dydz-\cancel{pdydz}+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2}dydzp$$

$$P_X=P_2-P_1=\frac{\partial p}{\partial x}dydz\left[\frac{dx}{2}+\frac{dx}{2}\right]$$

$$P_X=\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz$$

ВОЛУМЕНСКИ СИЛИ =МАСА ПО ЗАБРЗУВАЊЕ

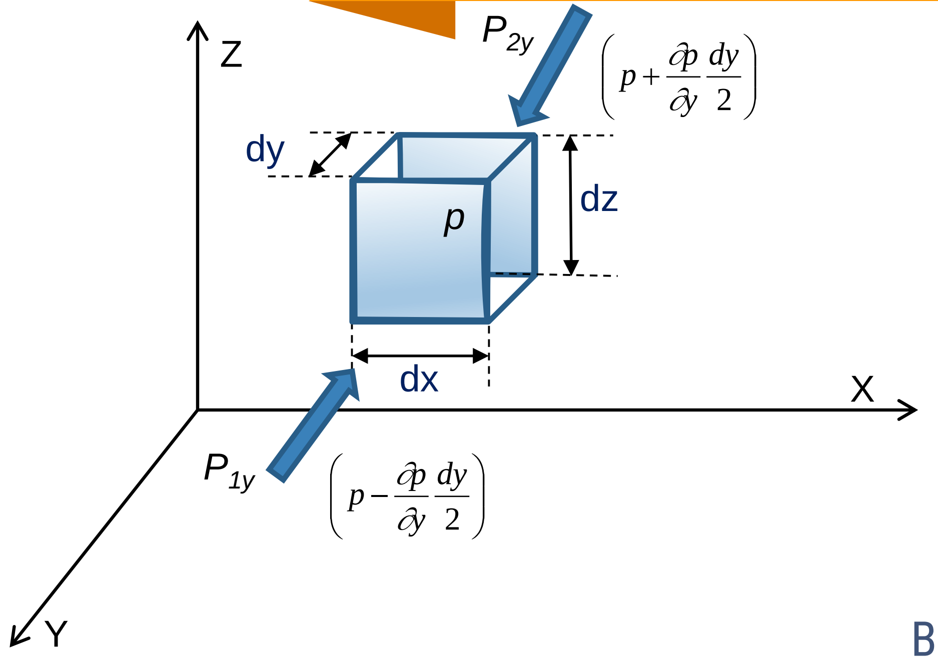
$$F_X=\rho\cdot V\cdot X=\rho\cdot dxdydz\cdot X$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОК=ВОЛУМЕНСКИ СИЛИ

$$F_X=P_X\Rightarrow\rho\cdot\cancel{dxdydz}\cdot X=\frac{\partial p}{\partial x}\cancel{dxdydz}$$

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=0$$

ОСНОВНИ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ



СИЛИ ОД ПРИТИСОК

$$P_{1y}=\left(p-\frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)dxdz \qquad P_{2y}=\left(p+\frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)dxdz$$

$$P_Y=P_{2y}-P_{1y}=\left(p+\frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)dxdz-\left(p-\frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)dxdz$$

$$P_Y=P_{2y}-P_{1y}=\cancel{pdxdz}+\frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{2}dxdz-\cancel{pdxdz}+\frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{2}dxdz$$

$$P_Y=P_{2y}-P_{1y}=\frac{\partial p}{\partial x}dxdz\left[\frac{dy}{2}+\frac{dy}{2}\right]$$

$$P_Y=\frac{\partial p}{\partial y}dxdydz$$

ВОЛУМЕНСКИ СИЛИ =МАСА ПО ЗАБРЗУВАЊЕ

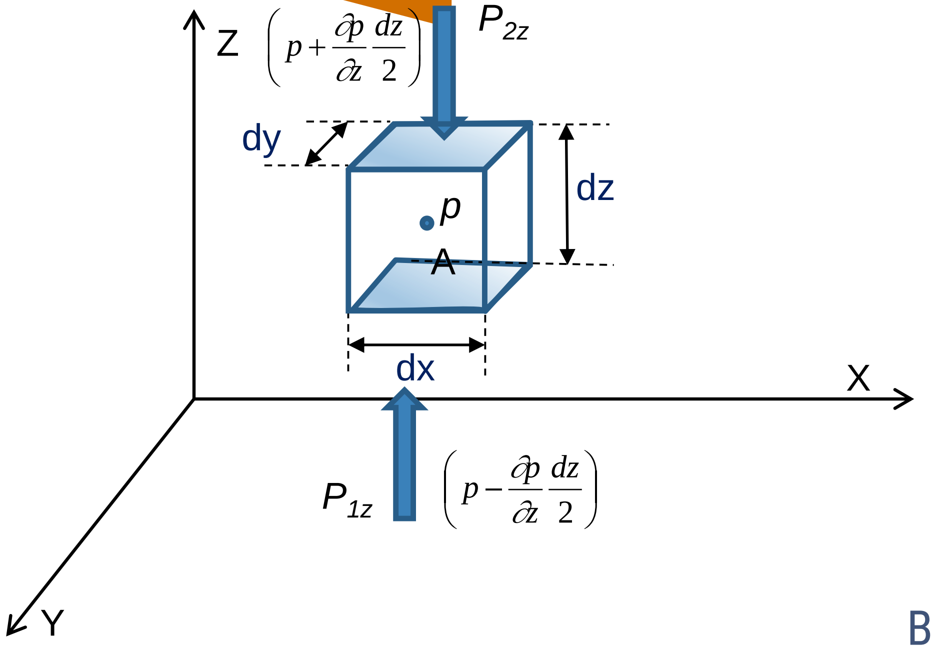
$$F_Y=\rho\cdot V\cdot Y=\rho\cdot dxdydz\cdot Y$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОК=ВОЛУМЕНСКИ СИЛИ

$$F_Y=P_Y\Rightarrow\rho\cdot \cancel{dxdydz}\cdot Y=\frac{\partial p}{\partial y}\cancel{dxdydz}$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=0$$

ОСНОВНИ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ



СИЛИ ОД ПРИТИСОК

$$P_{1z}=\left(p-\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy \qquad P_{2z}=\left(p+\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy$$

$$P_Z=P_{2z}-P_{1z}=\left(p+\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy-\left(p-\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dxdy$$

$$P_Z=P_{2z}-P_{1z}=\cancel{p}dxdy+\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}dxdy-\cancel{p}dxdy+\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}dxdy$$

$$P_Z=P_{2z}-P_{1z}=\frac{\partial p}{\partial z}dxdy\left[\frac{dz}{2}+\frac{dz}{2}\right]$$

$$P_Z=\frac{\partial p}{\partial z}dxdydz$$

ВОЛУМЕНСКИ СИЛИ =МАСА ПО ЗАБРЗУВАЊЕ

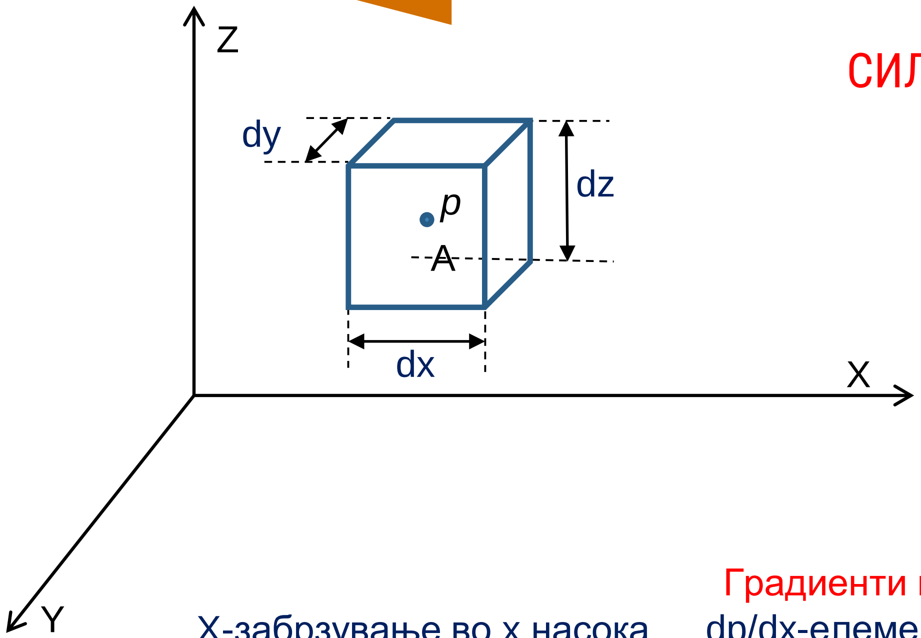
$$F_Z=\rho\cdot V\cdot Z=\rho\cdot dxdydz\cdot Z$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОК=ВОЛУМЕНСКИ СИЛИ

$$F_Z=P_Z\Rightarrow\rho\cdot d\cancel{x}dydz\cdot Z=\frac{\partial p}{\partial z}d\cancel{x}dydz$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=0$$

ОСНОВНИ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ



СИЛИ ОД ПРИТИСОК=ВОЛУМЕНСКИ СИЛИ

x-насока $$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

y-насока $$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

z-насока $$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Euler-ови равенки

Градиенти на притисокот

X-забрзување во x насока

Y-забрзување во y насока

Z-забрзување во z насока

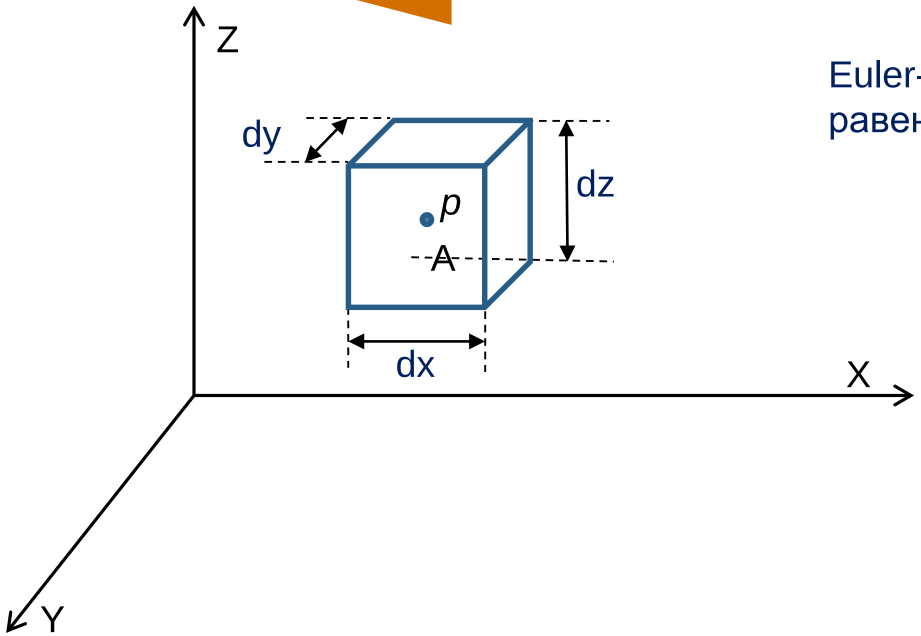
dp/dx-елементарна промена на притисокот во x насока

dp/dy-елементарна промена на притисокот во y насока

dp/dz-елементарна промена на притисокот во z насока

ρ-густина [kg/m^3]

ИНТЕГРИРАЊЕ НА ОСНОВНИ РАВЕНКИ



Euler-ови равенки

$$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad \cdot dx$$

$$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad \cdot dy$$

$$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \qquad \cdot dz$$

+

$$\left(Xdx + Ydy + Zdz\right) = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)$$

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)$$

Вкупна промена на притисокот p=p(x,y,z)

$$\mathrm{Xdx} + \mathrm{Ydy} + \mathrm{Zdz} = \frac{1}{\rho}\mathrm{dp}$$

ИНТЕГРИРАЊЕ НА ОСНОВНИ РАВЕНКИ

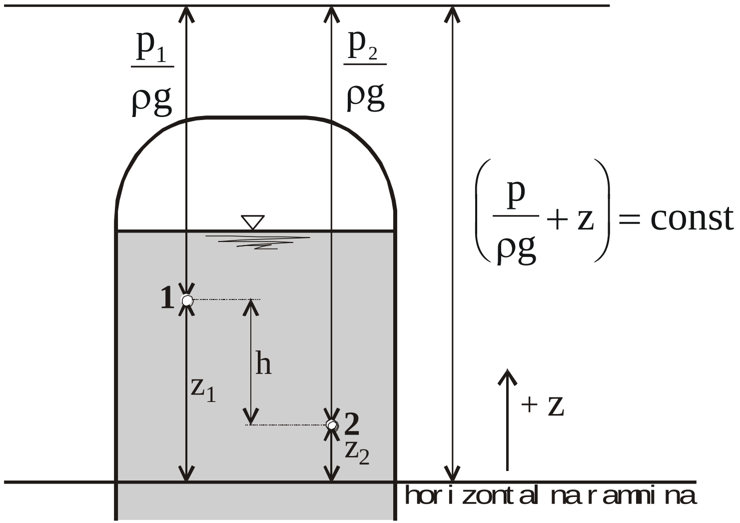
$$Xdx + Ydy + Zdz = \frac{1}{\rho}dp$$

(X=0), (Y=0) и (Z= –g)

$$dp = -\rho g dz$$

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\rho g \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$p_2 - p_1 = \rho g (z_1 - z_2) = \rho g h$$



$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = const$$

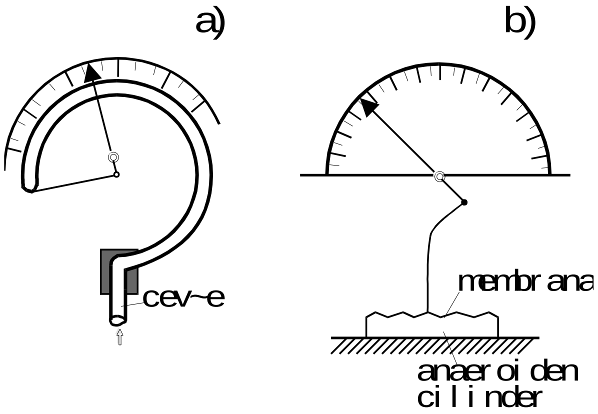
$$p = p_o + \rho g h$$

МЕРЕЊЕ НА ПРИТИСОКОТ

Притисокот се мери со манометри

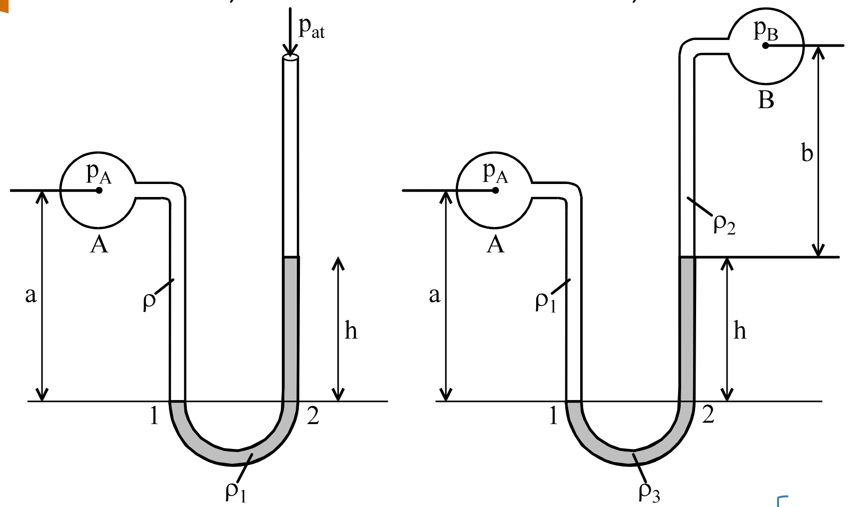
Манометрите може да бидат:

- Механички
- Течносни



МЕРЕЊЕ НА ПРИТИСОКОТ

а) б)



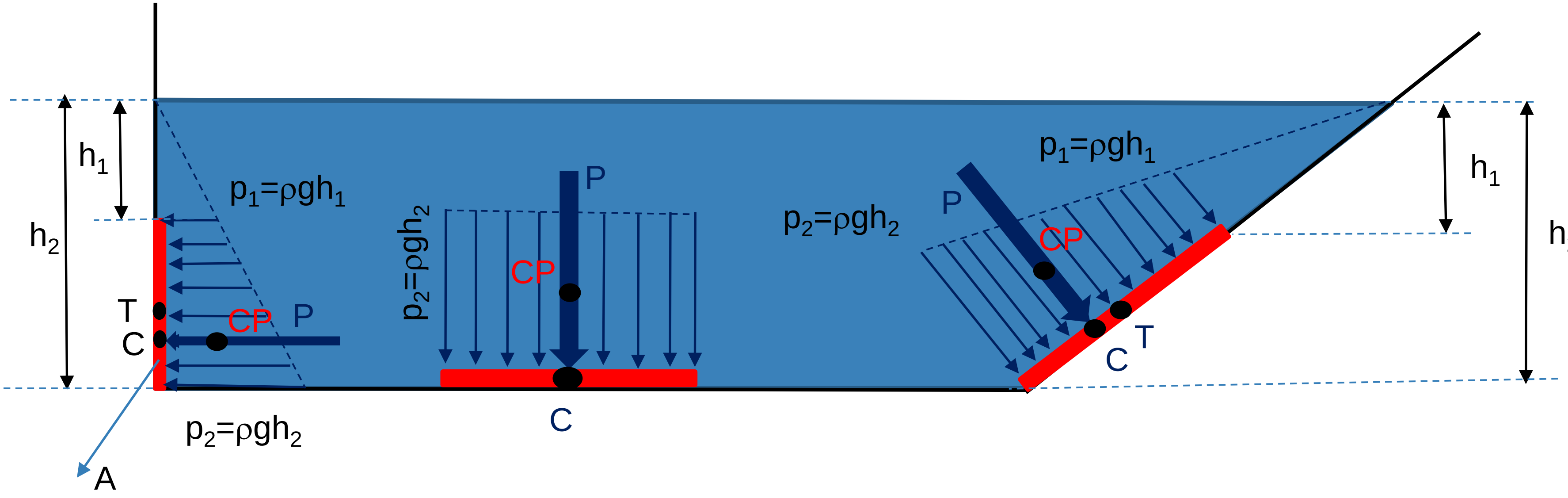
$$p_1 = p_2 \quad \begin{cases} p_1 = p_A + \rho g \cdot a \\ p_2 = p_{at} + \rho_1 g \cdot h \end{cases}$$

$$p_A = p_{at} + \rho_1 g \cdot h - \rho g \cdot a$$

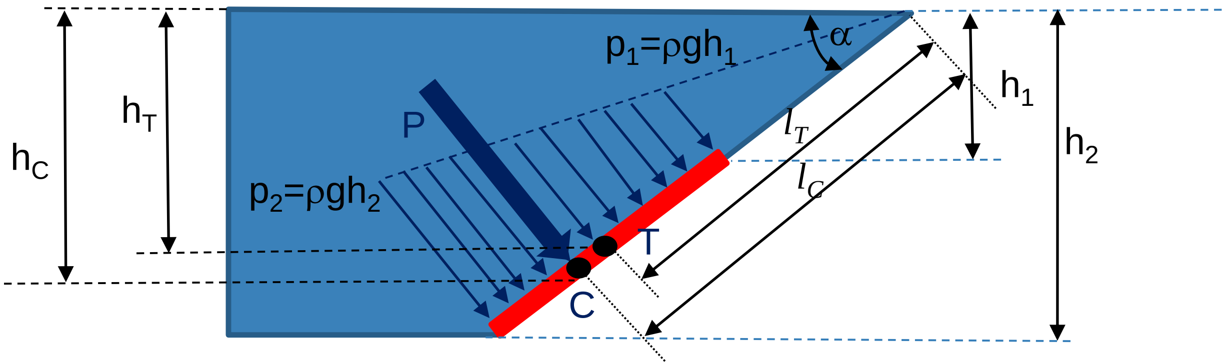
$$p_1 = p_2 \quad \begin{cases} p_1 = p_A + \rho_1 g \cdot a \\ p_2 = p_B + \rho_2 g \cdot b + \rho_3 g \cdot h \end{cases}$$

$$p_A - p_B = \rho_2 g \cdot b + \rho_3 g \cdot h - \rho_1 g \cdot a$$

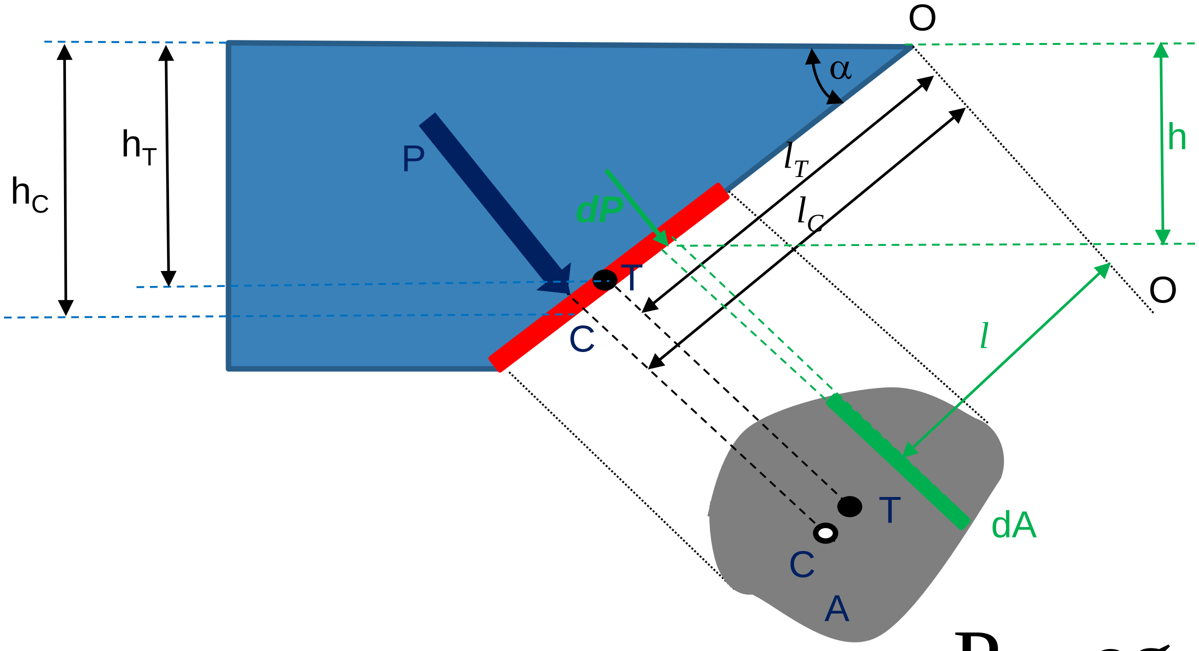
СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



$$dP = p \cdot dA = \rho g \cdot h \cdot dA$$

$$h = \ell \cdot \sin\alpha$$

$$dP = \rho g \cdot \ell \cdot dA \cdot \sin\alpha$$

$$P = \rho g \cdot \sin\alpha \cdot \int_A \ell dA$$

Статички момент на површината А во однос на О-О

$$\int_A \ell dA = l_T \cdot A$$

$$P = \rho g \cdot A \cdot \ell_T \sin\alpha$$

$$\ell_T \sin\alpha = h_T$$

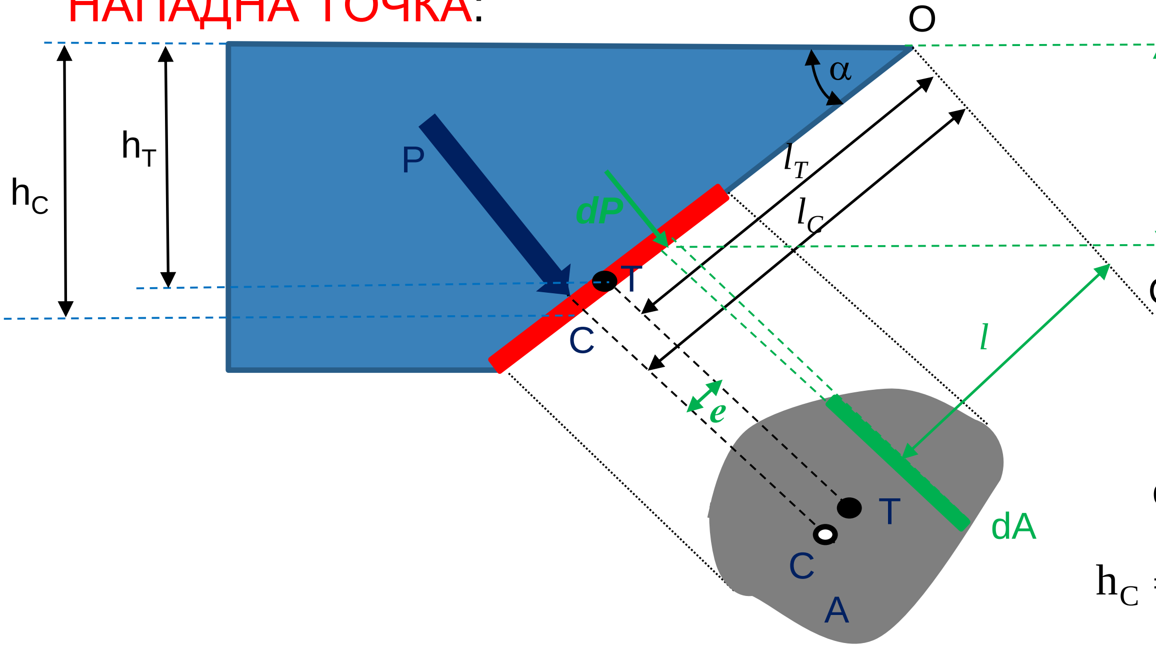
$$P = \rho g \cdot h_T \cdot A$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ

ИНТЕНЗИТЕТ: $P = \rho g \cdot h_T \cdot A$

ПРАВЕЦ: НОРМАЛЕН НА ПОВРШИНАТА:

НАПАДНА ТОЧКА:



$$dM = dP \cdot \ell = \rho g \cdot \ell^2 \cdot dA \sin\alpha$$

$$M = \rho g \cdot \sin\alpha \int_A \ell^2 dA$$

$$\int_A l^2 dA = I_{o-o}$$

$$M = \rho g \cdot I_{O-O} \cdot \sin\alpha$$

$$M = P \cdot \ell_C$$

$$\ell_C = \frac{M}{P} = \frac{\rho g \cdot I_{O-O} \cdot \sin\alpha}{\rho g \cdot A \cdot \ell_T \cdot \sin\alpha} = \frac{I_{O-O}}{A \cdot \ell_T}$$

$$I_{O-O} = I_T + \ell_T^2 A$$

$$e = \ell_C - \ell_T = \frac{I_T}{A \cdot \ell_T}$$

$$h_C = h_T + \frac{I_T}{A \cdot h_T}$$

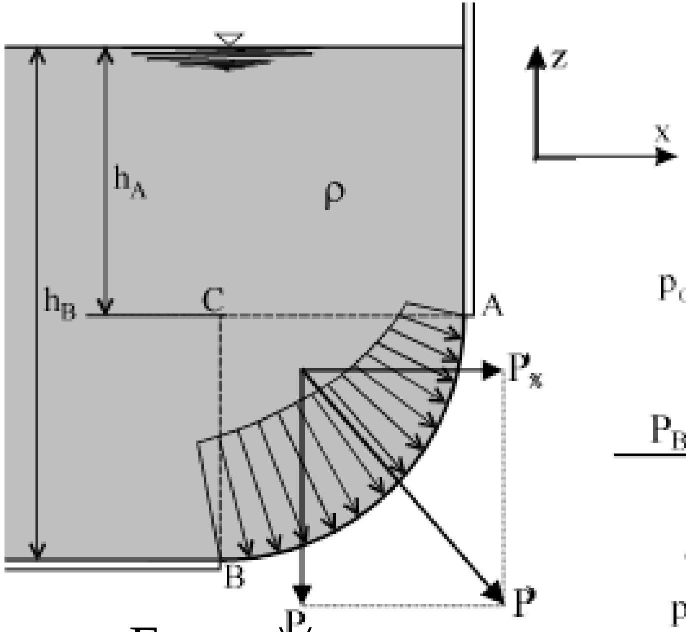
СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ

$$\sum F_x = P_{BC} - P_x{}' = 0$$

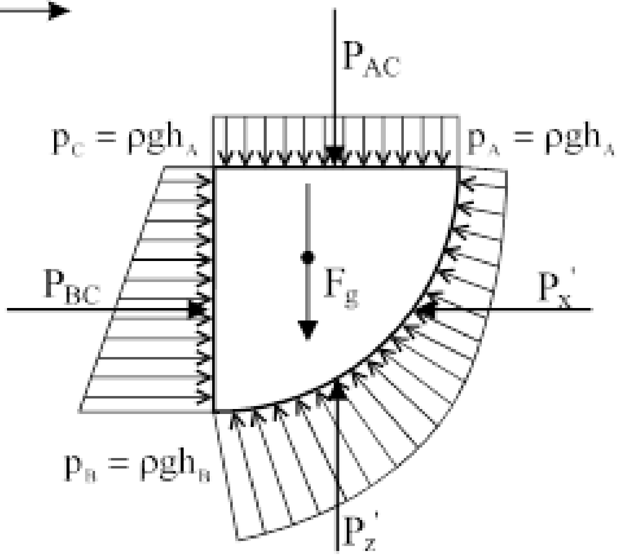
$$P_x{}' = P_{BC}$$

$$\sum F_z = P_z{}' - F_g - P_{AC}$$

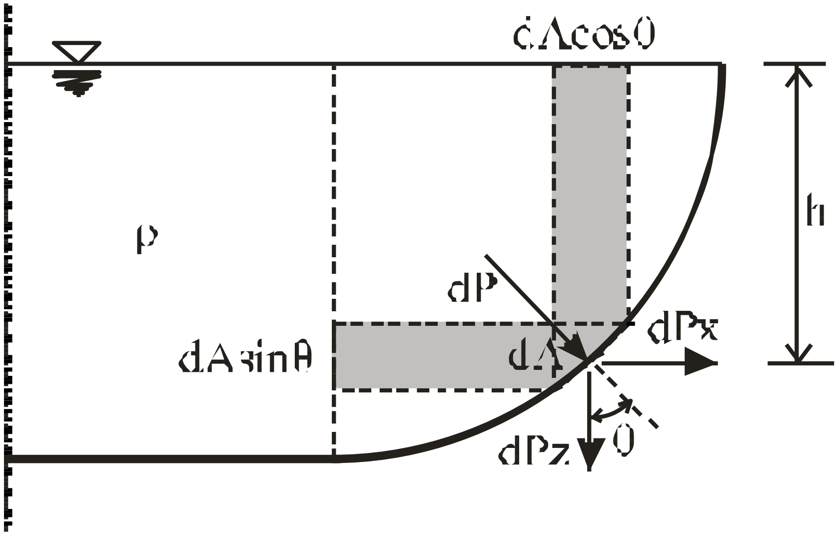
$$P_z{}' = P_{AC} + F_g$$



$$F_g = \rho g \cdot \forall_{ABC}$$



СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



$$dP_x = dP \cdot \sin\theta$$

$$dP_x = \rho g \cdot h \cdot dA \cdot \sin\theta$$

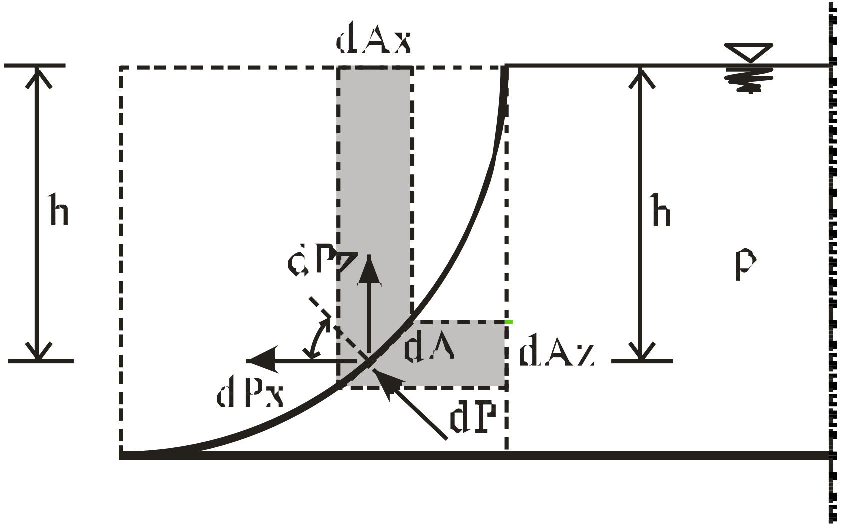
$$dA \cdot \sin\theta = dA_z$$

$$dP_x = \rho g \cdot h \cdot dA_z$$

$$P_x = \rho g \int_{A_z} h \cdot dA_z$$

$$P_x = \rho g \cdot h_T \cdot A_z$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



$$dP_z = dP \cdot \cos\theta$$

$$dP_z = \rho g \cdot h \cdot dA \cdot \cos\theta$$

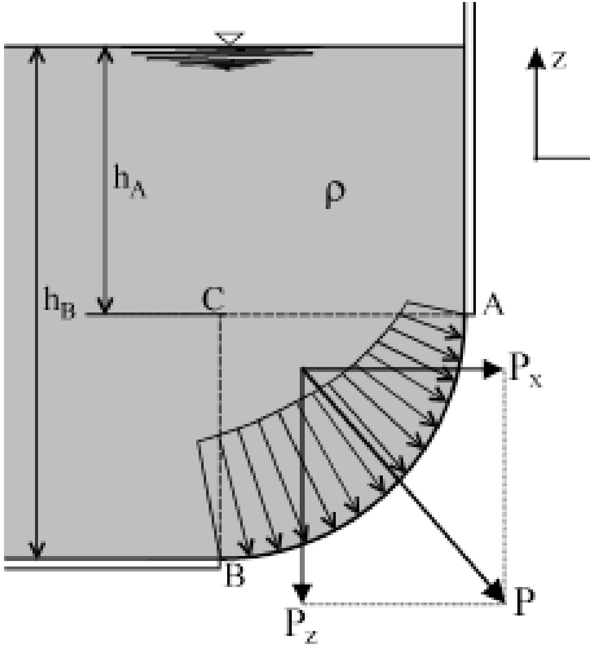
$$\mathrm{dA} \cdot \cos\theta = \mathrm{dA}_x$$

$$\mathrm{dP}_z = \rho g \cdot h \cdot \mathrm{dA}_x$$

$$P_z = \rho g \int_{A_x} h \cdot dA_x$$

$$P_z = \rho g \cdot \forall$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ

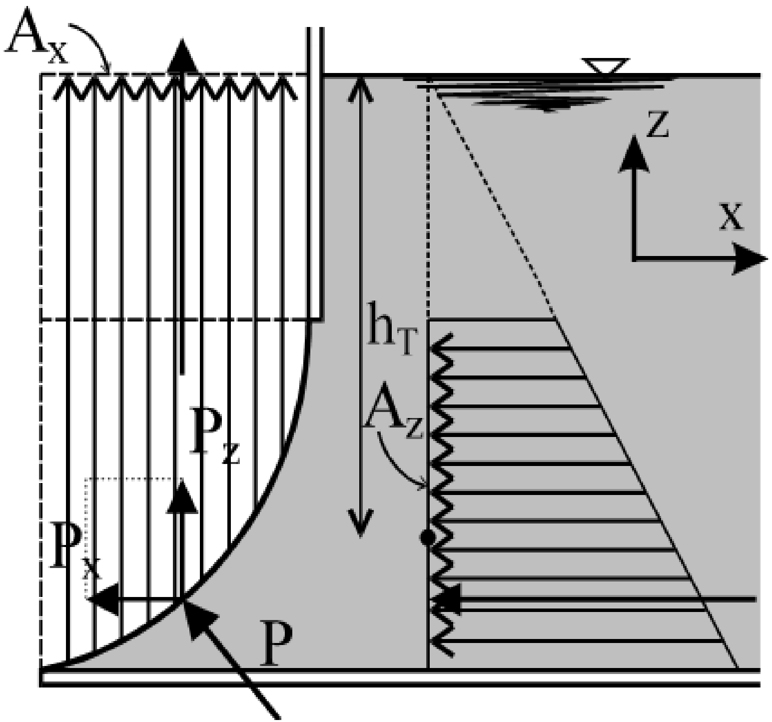


$$P_x = \rho g \cdot h_T \cdot A_z$$

$$P_z = \rho g \cdot \forall$$

$$P = \sqrt{P_x^{\,2} + P_z^{\,2}}$$

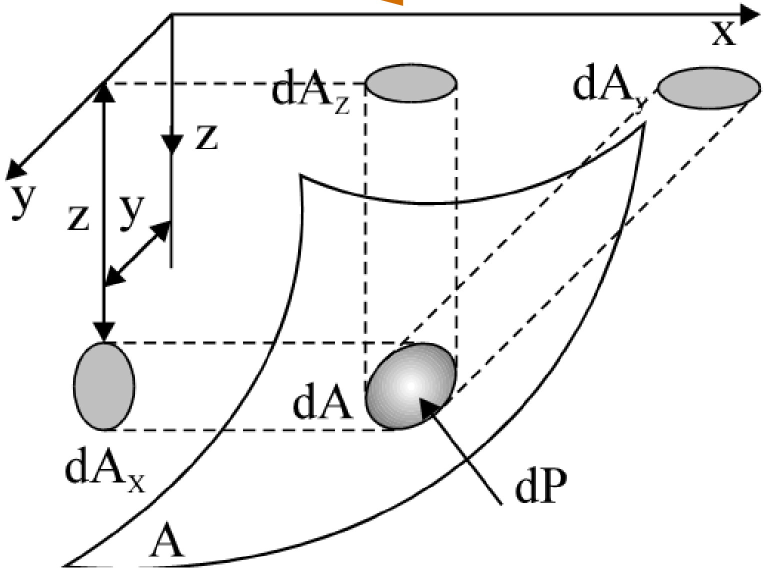
СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



СИЛА ОД ПОТИСОК
АРХИМЕДОВА СИЛА

Секое тело потопено во течност губи привидно од својата тежина онолку колку што тежи истиснатата течност

СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



$$dP_x = \rho g z \, dA_x$$

$$dP_y = \rho g z \, dA_y$$

$$dP_z = \rho g z \, dA_z$$

$$dA_x = dA \cdot \cos\alpha$$
$$dA_y = dA \cdot \cos\beta$$
$$dA_z = dA \cdot \cos\gamma$$

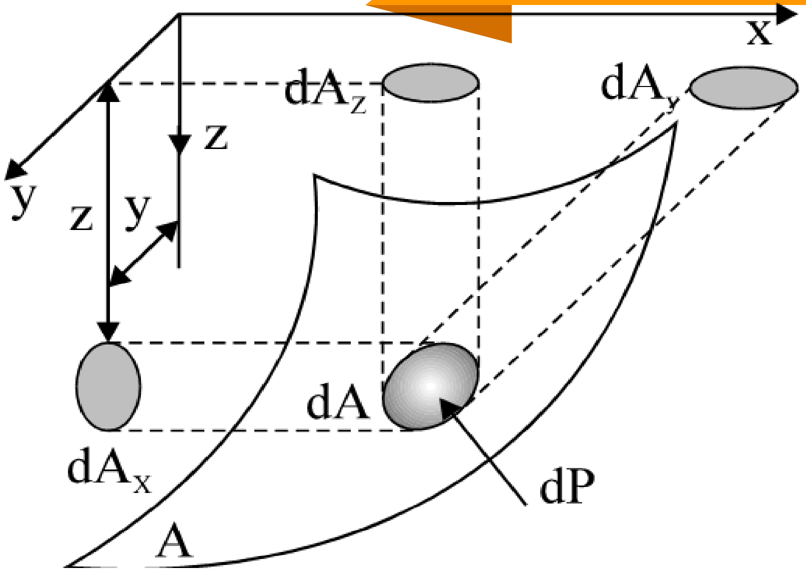
$$P_x = \rho g \int_{A_x} z \, dA_x = \rho g \, z_T \, A_x$$

$$P_y = \rho g \int_{A_y} z \, dA_y = \rho g \, z_T \, A_y$$

$$P_z = \rho g \int_{A_z} z \, dA_z = \rho g \, \forall$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ



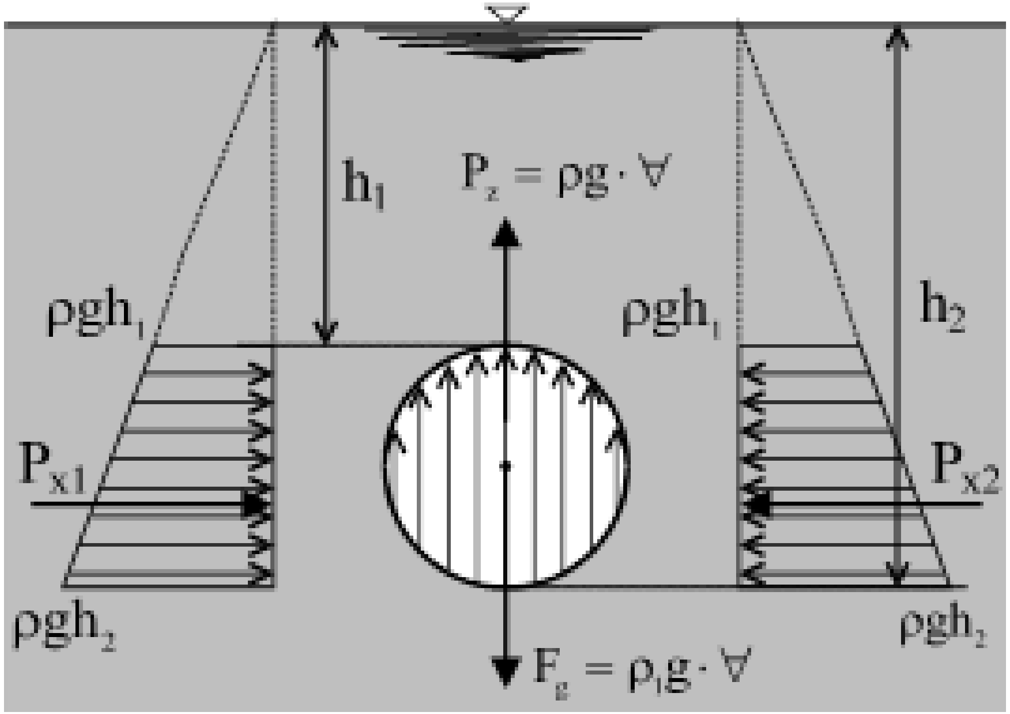
$$z_c P_x = \int z dP_x \qquad z_e P_y = \int z dP_y$$
$$y_c P_x = \int y dP_x \qquad x_e P_y = \int x dP_y$$

z_c, y_c-координати на нападната точка на силата P_x во рамнината y-z

z_e, y_e-координати на нападната точка на силата P_y во рамнината x-z

$$\left[\begin{aligned} z_c &= \frac{1}{A_x z_T}\int z^2\, dA_x = \frac{I_{yy}}{A_x z_T} \\ y_c &= \frac{1}{A_x z_T}\int yz\, dA_x = \frac{I_{yz}}{A_x z_T} \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} z_e &= \frac{1}{A_y z_T}\int z^2\, dA_y = \frac{I_{xx}}{A_y z_T} \\ x_e &= \frac{1}{A_y z_T}\int xz\, dA_y = \frac{I_{xz}}{A_y z_T} \end{aligned}\right.$$

СИЛИ ОД ПРИТИСОКОТ

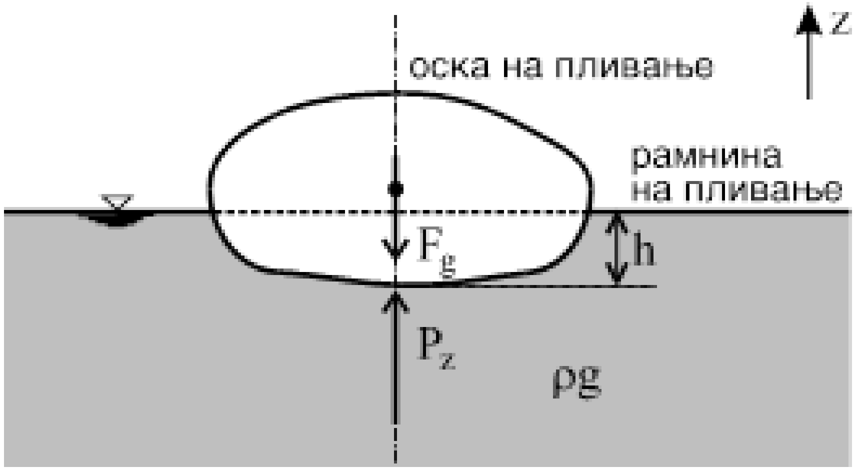


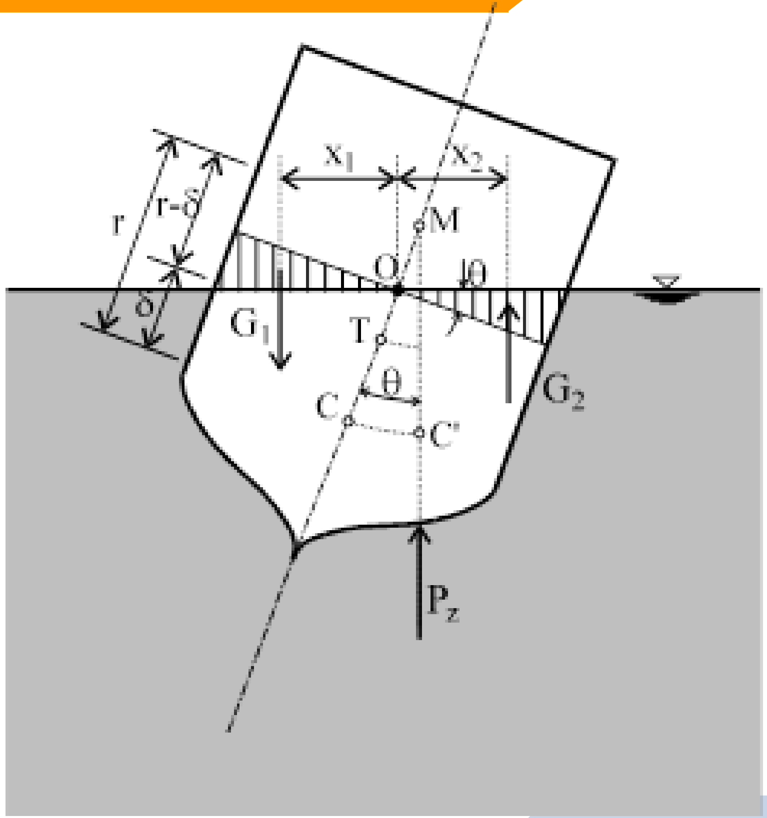
Fg>Pz телото тоне

Fg=Pz телото испливува на површината

Fg<Pz телото лебди на површината

ПЛИВАЊЕ НА ТЕЛА



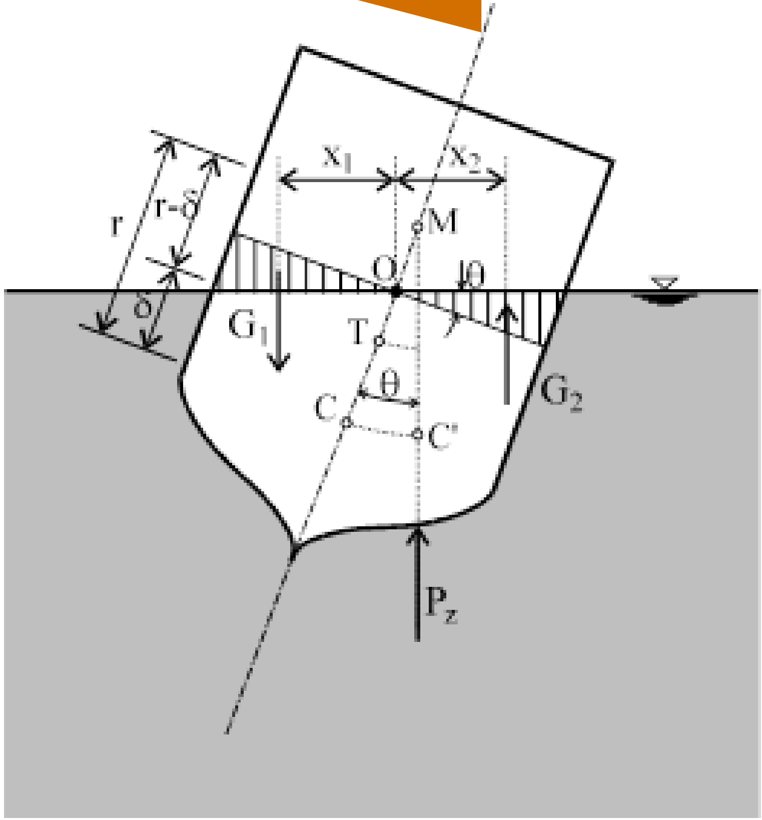


$r > \delta$ РАМНОТЕЖАТА Е СТАБИЛНА

$r = \delta$ РАМНОТЕЖАТА Е ИНДИФЕРЕНТНА

$r < \delta$ РАМНОТЕЖАТА Е ЛАБИЛНА

ПЛИВАЊЕ НА ТЕЛА



$$M = G_1 x_1 + G_2 x_2$$

$$M = \rho g \forall_1 x_1 + \rho g \forall_2 x_2$$

$$\forall\, x = \int_{\forall} x \, d\forall$$

$$\forall\, x = \int_A x \sin\theta \, x \, dA = \sin\theta \int_A x^2 dA$$

$$M = 2\rho g \forall\, x$$

Статички момент на волуменот во однос на подолжната оска која поминува низ О

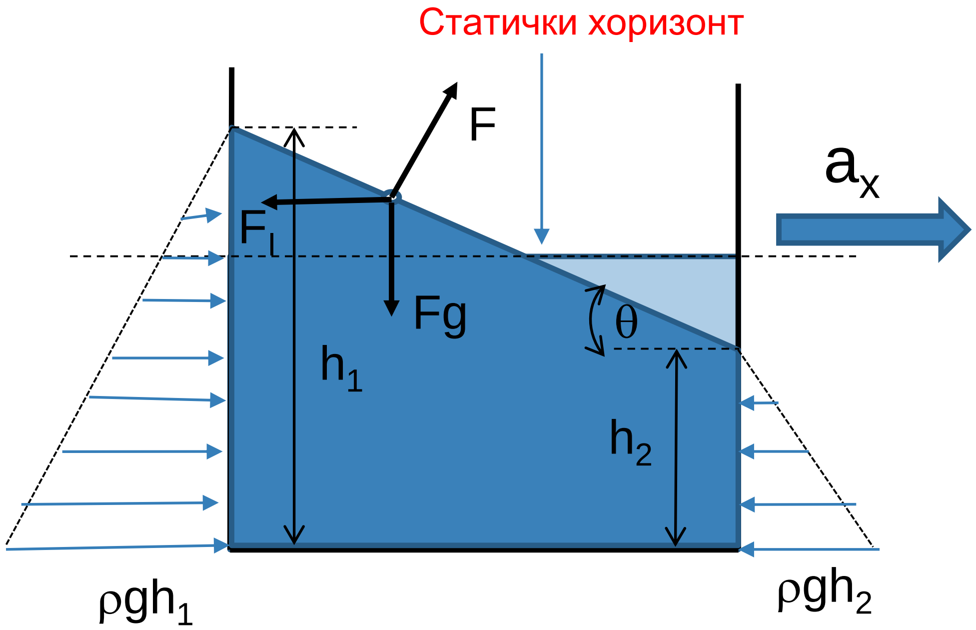
Момент на инерција на половина од површината

$$\begin{cases} M = 2\rho g \cdot \theta \cdot I \\ M = P_z \cdot r \sin\theta \end{cases}$$

$$r = \frac{2I}{\forall}$$

РЕЛАТИВНА РАМНОТЕЖА

РЕЛАТИВНО ЛИНЕРАНО ЗАБРЗУВАЊЕ



$$\sum F_x = F\sin\theta - F_I = 0$$

$$\sum F_x = F\sin\theta - M\cdot a_x = 0$$

$$\sum F_z = F\cos\theta - F_g = 0$$

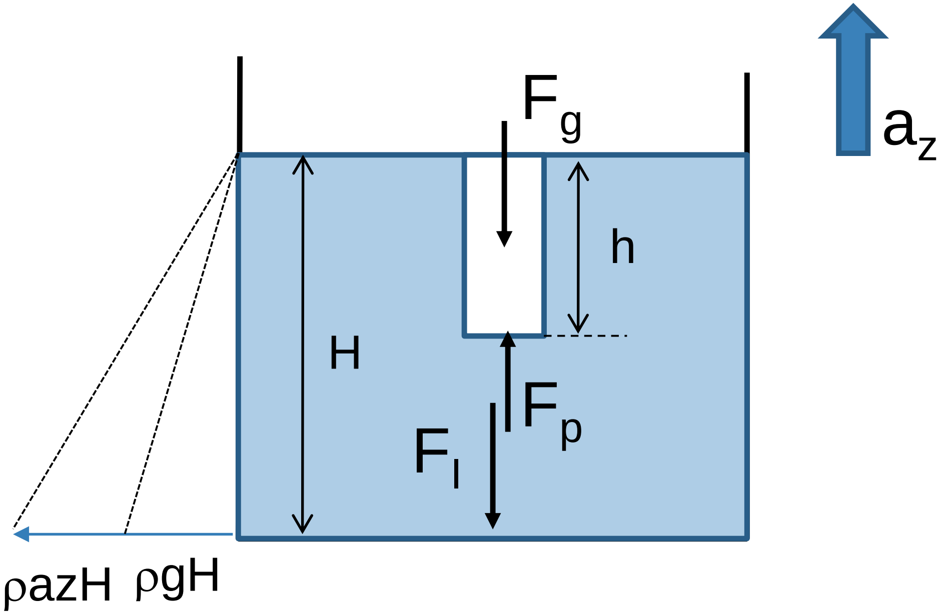
$$\sum F_z = F\cos\theta - M\cdot g = 0$$

$$tg\theta = \frac{M\cdot a_x}{M\cdot g} = \frac{a_x}{g}$$

ХОРИЗОНТАЛНО ЗАБРЗУВАЊЕ

РЕЛАТИВНА РАМНОТЕЖА

РЕЛАТИВНО ЛИНЕРАНО ЗАБРЗУВАЊЕ



$$\sum F_z = F_p - F_G - F_I = 0$$

$$\sum F_z = pdA - M \cdot g - M \cdot a_z = 0$$

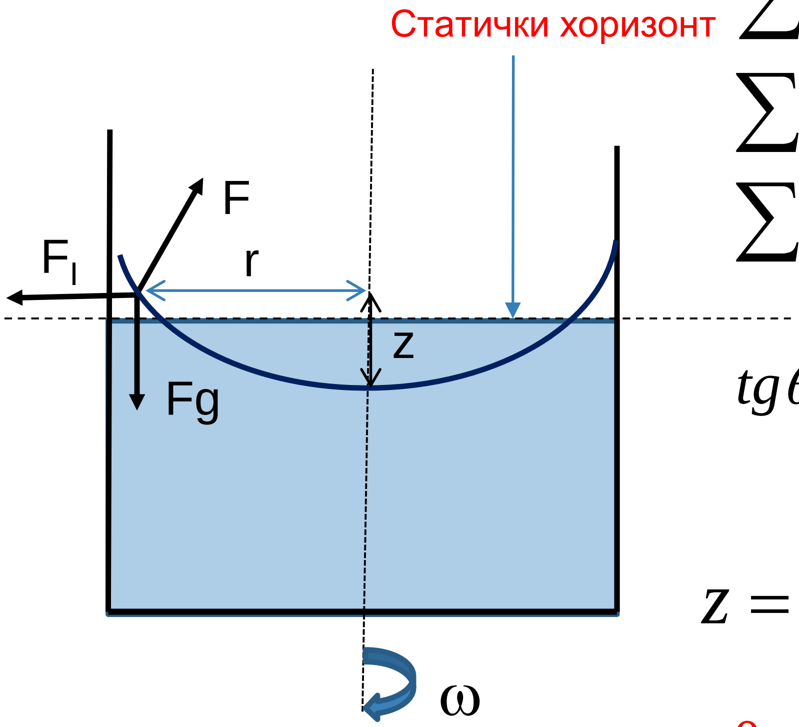
$$\mathrm{pdA} = \rho \cdot \mathrm{hdA} \cdot \mathrm{g} + \rho \cdot \mathrm{hdA} \cdot \mathrm{a_z}$$

$$\mathrm{p} = \rho \mathrm{gh}\left(1 + \frac{\mathrm{a_z}}{\mathrm{g}}\right)$$

ВЕРТИКАЛНО ЗАБРЗУВАЊЕ

РЕЛАТИВНА РАМНОТЕЖА

РАДИЈАЛНО ЗАБРЗУВАЊЕ



$$\sum F_x = F\sin\theta - F_I = 0$$

$$\sum F_x = F\sin\theta - M\cdot\omega^2 r = 0$$

$$\sum F_z = F\cos\theta - F_g = 0$$

$$\sum F_z = F\cos\theta - M\cdot g = 0$$

$$tg\theta = \frac{dz}{dr} = \frac{M\cdot\omega^2 r}{M\cdot g} = \frac{\omega^2 r}{g} \qquad dz = \frac{\omega^2 r}{g}dr$$

$$z = \int \frac{\omega^2 r}{g}dr \qquad z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C$$

$r=0 \rightarrow z=0$, $C=0$, $z=\omega^2 r^2/2g$