МЕХАНИКА НА ФЛУИДИ

Предметен наставник: Вон. Проф. Д-р ВИОЛЕТА ЃЕШОВСКА

Д-р Виолета Ѓешовска

5

РЕЖИМ НА ТЕЧЕЊЕ И ОТПОРИ

Ламинарно и турбулентно течење

ВИСКОЗИТЕТ ⇒ Сила од триење $F_{триење}=\mu uL$

Односот на силата од триење и силата од инерција ⇒ Reynolds-овиот број

$$R_e = \frac{F_{in}}{F_{триење}} = \frac{\rho u^2 L^2}{\mu u L} = \frac{uL}{\nu}$$

V-кинематска вискозност,
L-карактеристична должина

За цевки: L=d
За отворени текови: L=y / L=R (R=A/O-хидраулички радиус)

Турбулентно ⇒ $R_e>2000$ за цевки
$R_e>500$ за отворени канали

Ламинарно ⇒ $R_e\leq2000$ за цевки
$R_e\leq500$ за отворени канали

Ламинарно и турбулентно течење

Ламинарно → *Движење на честичките по должина на права линија, односно движење во слоеви*

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

$R_e \leq 2000$ за цевки
$R_e \leq 500$ за отворени канали

Турбулентно → *Хаотично движење на флуидните честички*

$R_e > 2000$ за цевки
$R_e > 500$ за отворени канали

$$\tau = (\mu + \eta)\frac{du}{dy}$$

μ-учество на вискозноста

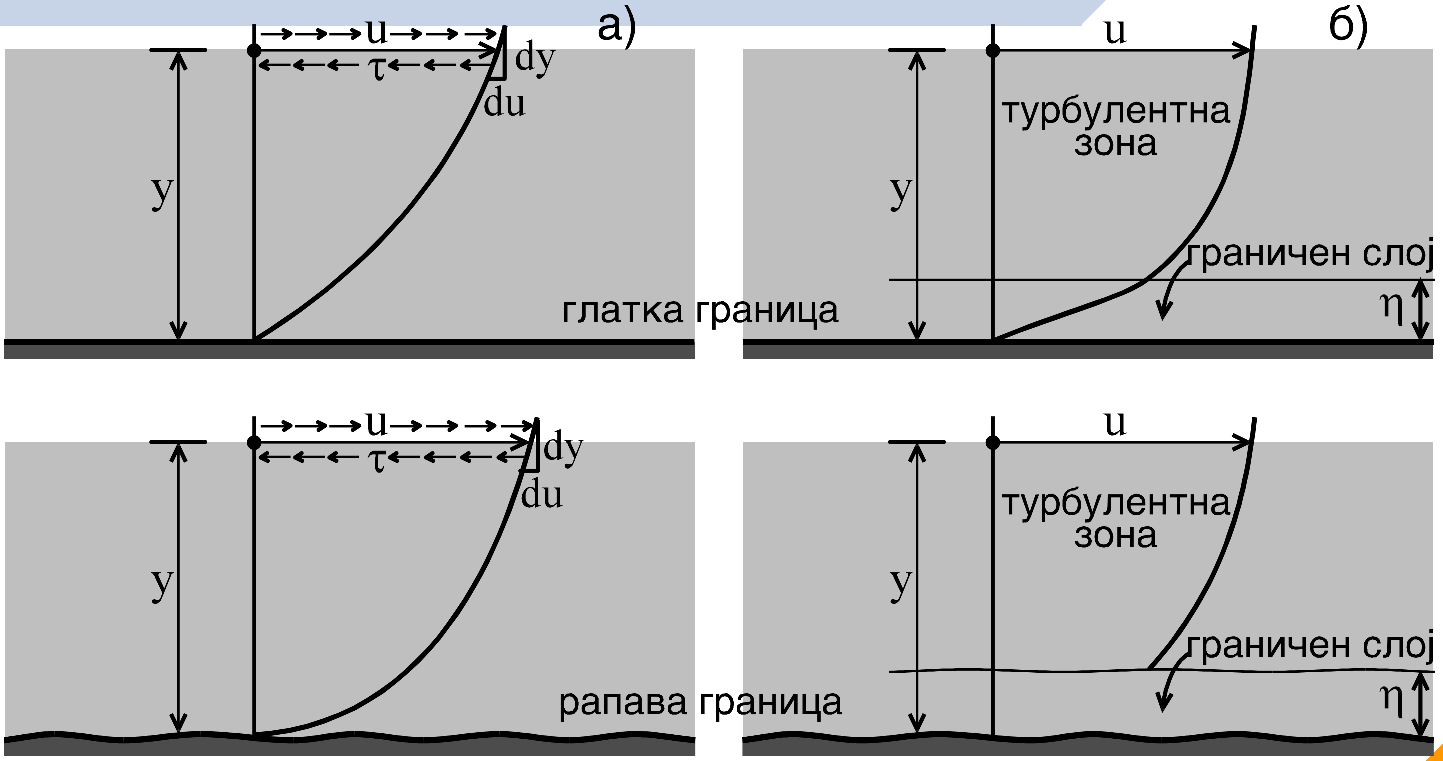
η-учество на турбуленцијата

Prantdl: $\tau = \rho \ell^2 (du/dy)^2$, l е должина на мешање

Karman: $\tau = \rho k^2[(du/dy)^4/(d^2u/dy^2)^2]$, ($\kappa$=0,4)

Д-р Виолета Ѓешовска

Ламинарно и турбулентно течење



Видови на отпори

Енергетска равенка за вискозен флуид:

$$\frac{p_A}{\rho g}+\frac{V_A^{\ 2}}{2g}+z_A=\frac{p_B}{\rho g}+\frac{V_B^{\ 2}}{2g}+z_B+губитоци$$

Губитоци=Линиски +локални

Резултат на отпорот на триење

Резултат на геометриските промени

Линиски губиток (Darcy-Weibach):

$$h_f = f\frac{L}{4R}\frac{V^2}{2g}$$

f- коефициент на триење

L- должина помеѓу пресеците

R-хидраулички радиус (за цевки R=d/4)

V- средна брзина

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

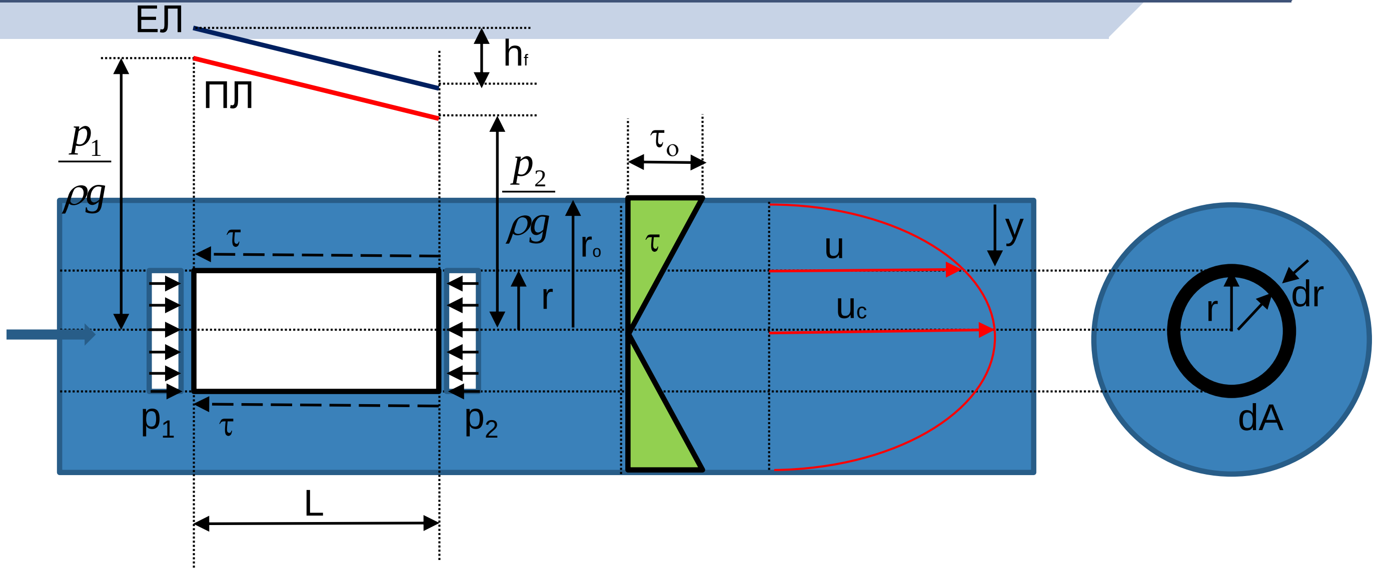
Локални губиток:

$$h_j = k\frac{V^2}{2g}$$

к- коефициент

Видови на отпори

Основни равенки за стационарно течење во цевки



$$p_1(r^2\pi) - p_2(r^2\pi) - \tau(2r\pi)L = 0 \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{(p_1 - p_2)r}{2L}$$

$$\frac{(p_1 - p_2)r}{2L} = -\mu\frac{du}{dr}$$

$$-du = \frac{(p_1 - p_2)}{2\mu L} rdr$$

$$-\int_{u_c}^{u} du = \frac{(p_1 - p_2)}{2\mu L}\int_{0}^{r} rdr$$

$$u_c - u = \frac{(p_1 - p_2)}{4\mu L} r^2$$

$r=0 \rightarrow u=u_c$

$r=r_0 \rightarrow u=0$

$$u_c = \frac{(p_1 - p_2)}{4\mu L} r_0^{\,2}$$

Основни равенки за стационарно течење во цевки

$$u_c - u = \frac{(p_1 - p_2)}{4\mu L} r^2$$

$$u_c = \frac{(p_1 - p_2)}{4\mu L} r_0^{\,2} \quad \Longrightarrow \quad u = \frac{(p_1 - p_2)(r_o^{\,2} - r^2)}{4\mu L}$$

$$V = \frac{\int u dA}{\int dA} = \frac{\int_0^{r_o} u(2r\pi dr)}{r_o^{\,2}\pi} = \frac{2\pi(p_1 - p_2)}{4\mu L r_o^{\,2}\pi}\int_0^{r_o}(r_o^{\,2} - r^2) r dr$$

$$V = \frac{(p_1 - p_2)}{8\mu L} r_o^{\,2} \quad \Longrightarrow \quad (p_1 - p_2) = \frac{8\mu L V}{r_o^{\,2}}$$

$$h_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

$$h_f = \frac{8\mu L V}{\rho g r_o^{\,2}} = \frac{32\mu \cdot L \cdot V}{\rho g \cdot d^2}$$

*2V/2V

$$h_f = \frac{32\mu L V}{\rho g d^2}\frac{2V}{2V}$$

$Vd\rho/\mu = Vd/\nu = R_e$

$$h_f = \boxed{\frac{64}{R_e}}\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{R_e}$$

Основни равенки за стационарно течење во цевки

Blasius	Re=3 000÷ 100 000	$f = \frac{0.316}{R_e^{0.25}}$	Глатки цевки
Darcy		$f = 0.02(1 + \frac{1}{40d})$	Целични цевки
Karman-Prandtl	Re до 3 000 000	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left[\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right]$	Глатки цевки
Nikuradse		$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\frac{r_o}{\varepsilon} + 1.74$	Рапави цевки
Colebrook		$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(R_e\sqrt{f} - 0.8)$	Сите видови на цевки

Основни равенки за стационарно течење во цевки

Darcy-Weisbach и Colebrook

$$V = -2\sqrt{2gd\frac{h_f}{L}}\cdot\log\left[\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{2.51\nu}{d\sqrt{2gd\frac{h_f}{L}}}\right]$$

$$h_f = \frac{4L\tau_o}{\rho g d} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

$$\tau_o = f\frac{\rho}{8}V^2$$

$$\tau_o = \frac{\rho g r_o}{2L}\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right) = \frac{\rho g r_o}{2L}h_f = \rho g R S_f$$

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = V\sqrt{\frac{f}{8}}$$

Брзина на отпорот

$$\frac{\tau_0}{\rho g} = RS_f$$

$S_f = h_f/L$

$$h_f = \frac{2L\tau_o}{\rho g r_o} = \frac{4L\tau_o}{\rho g d}$$

$$f = \frac{8\tau_o}{\rho V^2} = 8\frac{V_*^2}{V^2}$$

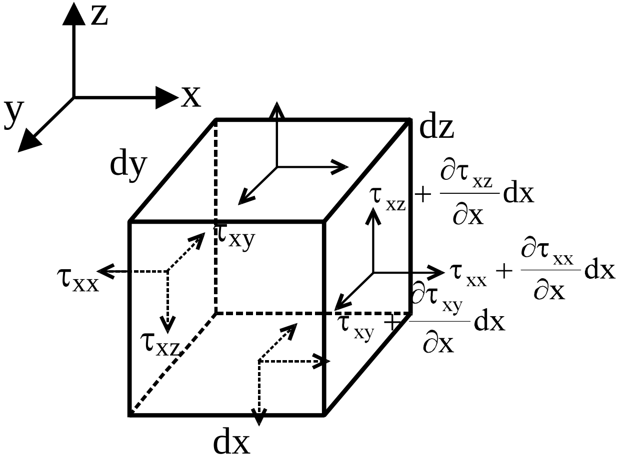
Reynolds-ови равенки

Navier [1827] и Stokes [1845]

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{du}{dt}+T_x$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{dv}{dt}+T_y$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{dw}{dt}+T_z$$



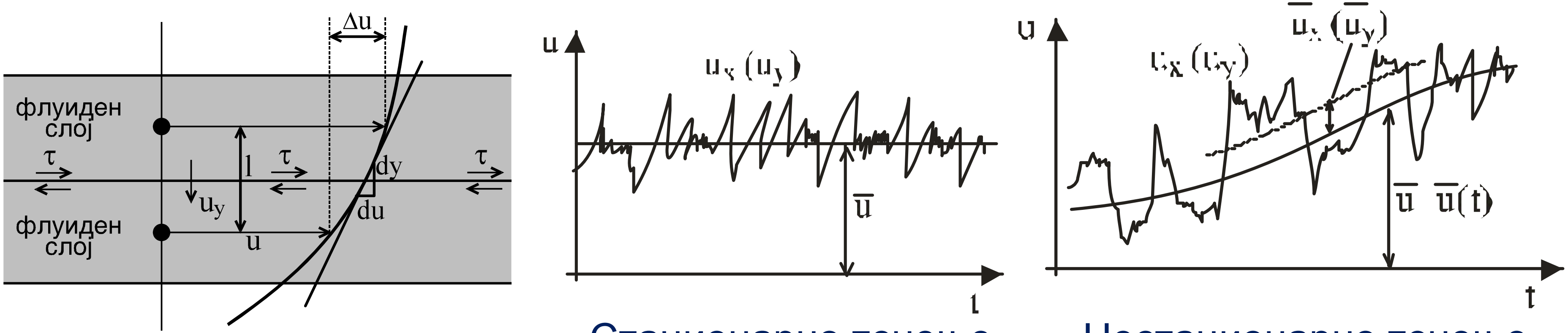
$$T_x=\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}\right]$$

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}$$

$$T_x=-\frac{\mu}{\rho}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right]$$

(Tx), (Ty) и (Tz) се резултат на напонската состојба во страниците на бескрајно мал флуиден елемент

Reynolds-ови равенки



Стационарно течење

Нестационарно течење

$$\tau = -\rho\overline{u_x u_y}$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} - \rho\overline{u_x u_y}$$

(u_x) i (u_y) се флуктуации во надолжен и попречен пресек на брзината (u),

$\overline{u_x u_y}$ средна вредност на овие отстапувања

Reynolds-ови равенки

$$\begin{cases}
X - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{du}{dt} - \nu\left[\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right] + \left[\dfrac{\partial \overline{u_x^{2}}}{\partial x} + \dfrac{\partial(\overline{u_x u_y})}{\partial y} + \dfrac{\partial(\overline{u_x u_z})}{\partial z}\right] \\[2ex]
Y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = \dfrac{dv}{dt} - \nu\left[\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right] + \left[\dfrac{\partial(\overline{v_x v_y})}{\partial x} + \dfrac{\partial \overline{v_y^{2}}}{\partial y} + \dfrac{\partial(\overline{v_y v_z})}{\partial z}\right] \\[2ex]
Z - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} = \dfrac{dw}{dt} - \nu\left[\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right] + \left[\dfrac{\partial(\overline{w_z w_x})}{\partial x} + \dfrac{\partial(\overline{w_x w_y})}{\partial y} + \dfrac{\partial \overline{w_z^{2}}}{\partial z}\right]
\end{cases}$$

Стационарно течење во системи под притисок

Проблем 1

Познати: Проточно количество (Q) и карактеристики на цевки (L, d, f)
Задача: Определувањ на губитоците на енергија (h_f) и промената на притисокот (p, ПЛ)

Проблем 2

Познати: Губитоците на енергија (h_f) и карактеристики на цевки (L, d, f)
Задача: Определувањ на проточно количество (Q)

Проблем 3

Познати:Проточно количество (Q) и промена на притисокот (p, ПЛ)
Задача: Определувањ на дијаметар на цевките (d)

Стационарно течење во системи под притисок

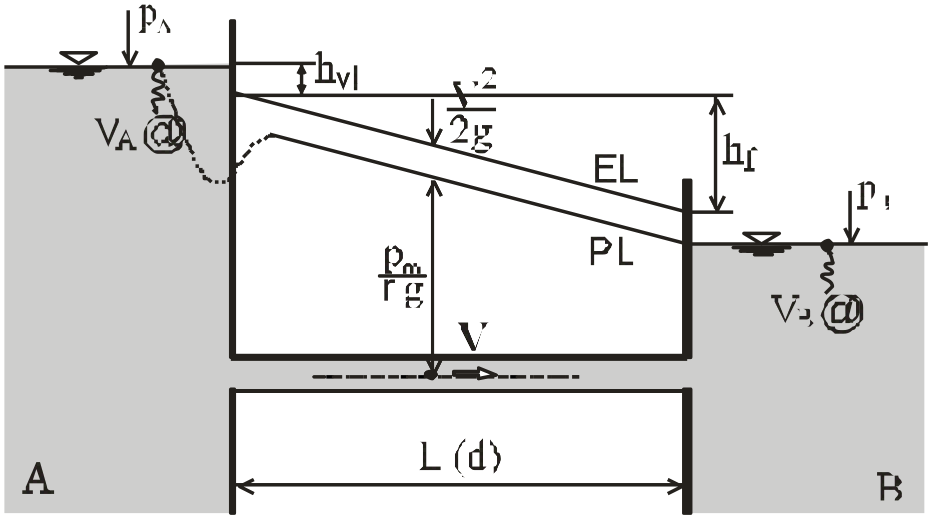
Законот за непроменливост на масата и енергија

Равенката на континуитет

Енергетската равенка

Конструкција на ПЛ и ЕЛ

Кратки цевководи



Енергетската равенка во пресек А-А и В-В во однос на В-В

$$\cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + \cancelto{0}{\frac{V_A^2}{2g}} + H = \cancel{\frac{p_B}{\rho g}} + \cancelto{0}{\frac{V_B^2}{2g}} + 0 + \text{gubitoci}$$

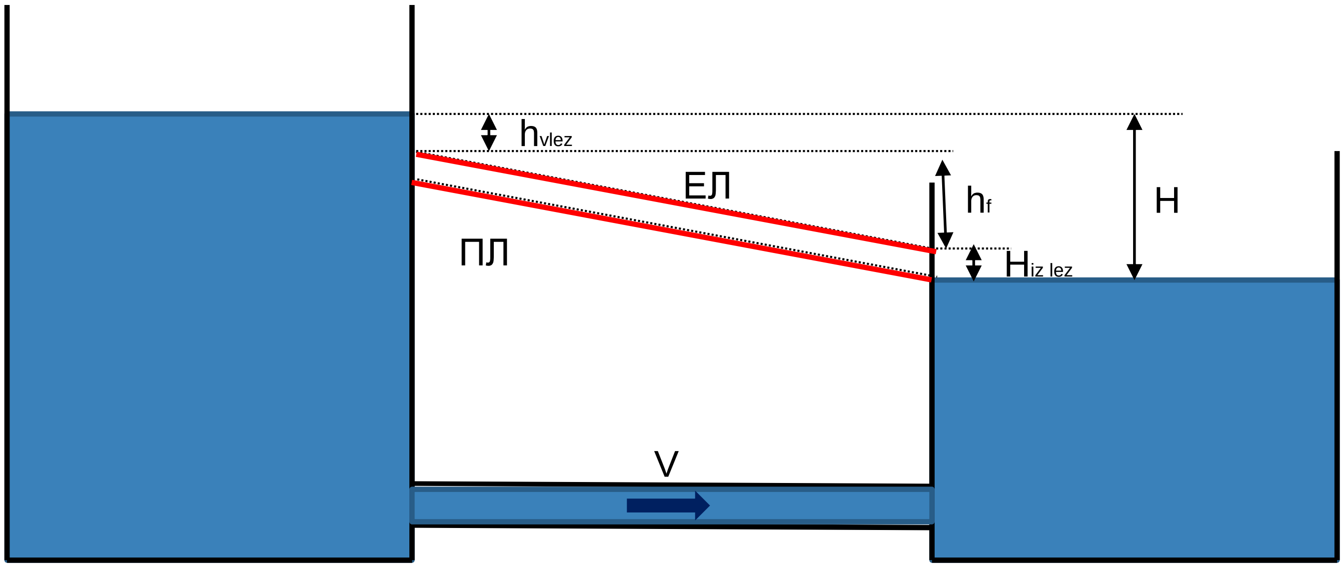
$(p_A = p_{at})$ и $(p_B = p_{at})$, $(V_A \approx 0)$ и $(V_B \approx 0)$

$$h_j + h_f = k_{vl}\frac{V^2}{2g} + k_{iz}\frac{V^2}{2g} + f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

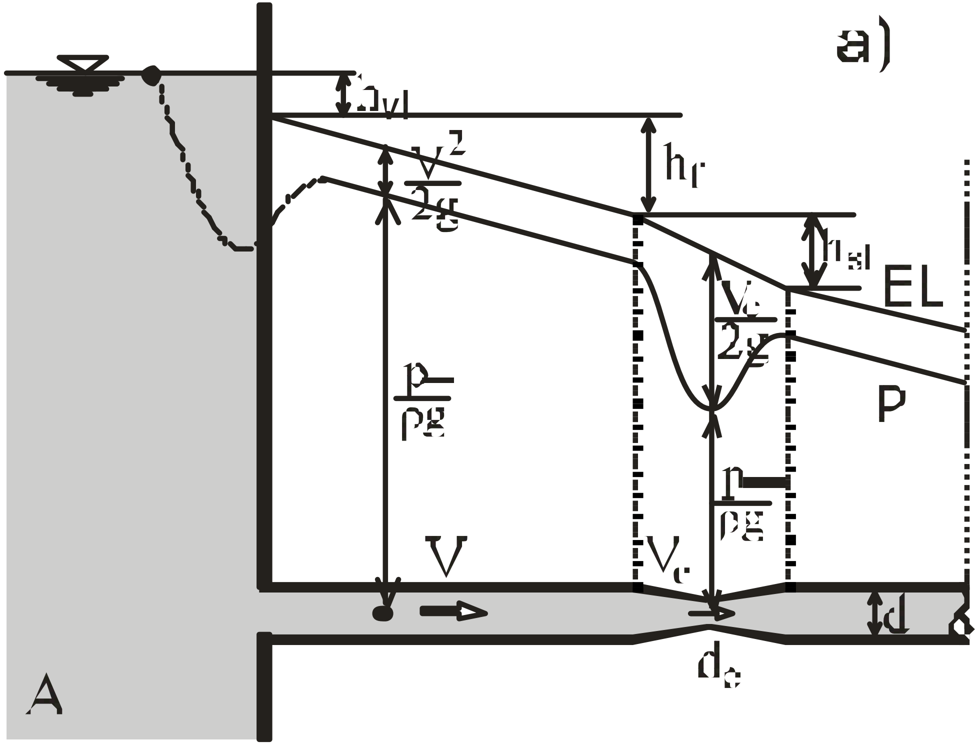
$$V = \frac{1}{\sqrt{\Sigma k + f\frac{L}{d}}}\sqrt{2gH} = C_v\sqrt{2gH}$$

Равенката на континуитет $Q = AV$

Кратки цевководи

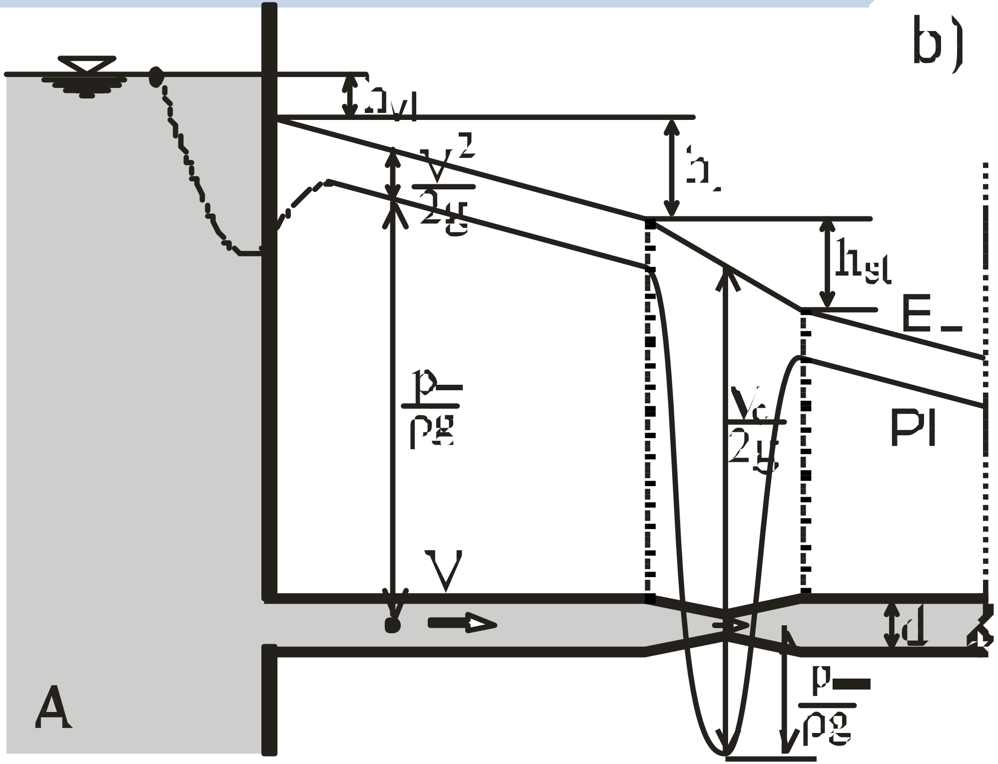


Локално стеснување



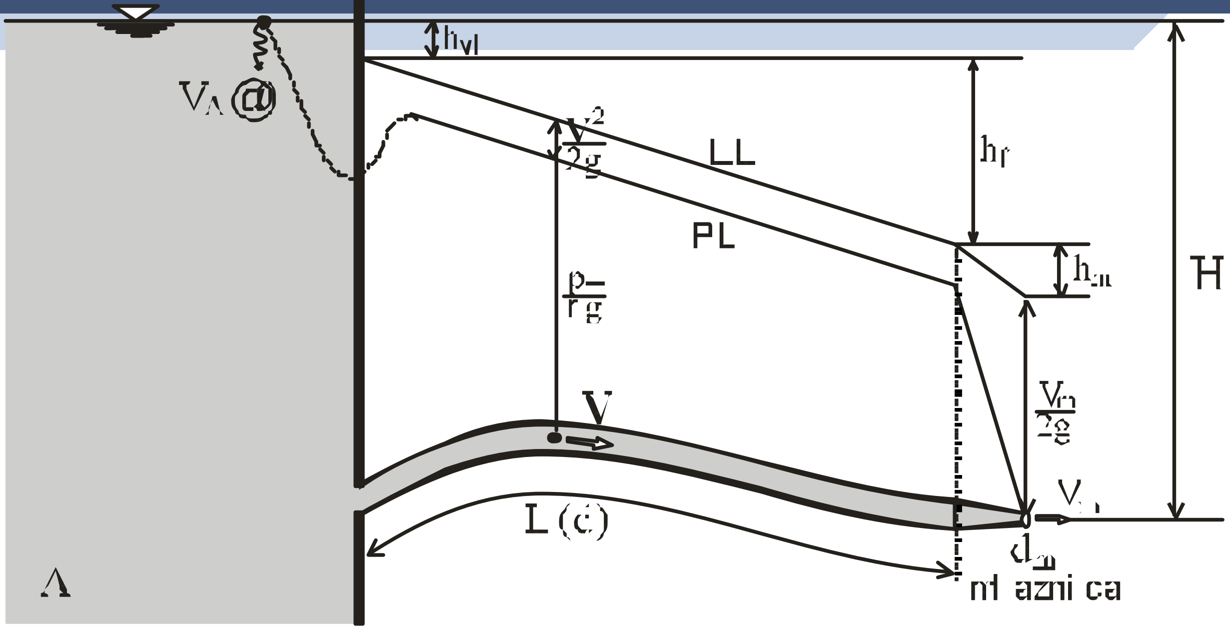
$p_{cm}=p_c-p_{at}$

Локално стеснување



$p_{cv}=p_{at}-p_c$

Стеснување со млазница



Равенката на континуитет

$$Q = AV = A_m V_m$$

Губитоци=локални+линиски

Линиски: $$h_f = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g}$$

Локални=влез+млазница:

$$h_j = k \frac{V^2}{2g}$$

Енергетската равенка во пресек А-А и В-В во однос на В-В

$$\frac{p_{at}}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + H = \frac{p_{at}}{\rho g} + \frac{V_m^2}{2g} + 0 + \text{gubitoci}$$

Стеснување со млазница

Снагата на млазот

$$N = \rho g Q\left(\frac{V_m^2}{2g}\right)$$

$$\frac{dN}{dQ} = 0 \qquad f\frac{L}{d}\frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{H}{3}$$

$$\frac{p_{at}}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + H = \frac{p_{at}}{\rho g} + \frac{V_m^2}{2g} + 0 + \text{gubitoci}$$

$$\frac{Q^2}{2gA_m^2} = \frac{V_m^2}{2g} = \left(H - \frac{H}{3}\right) = \frac{2}{3}H$$

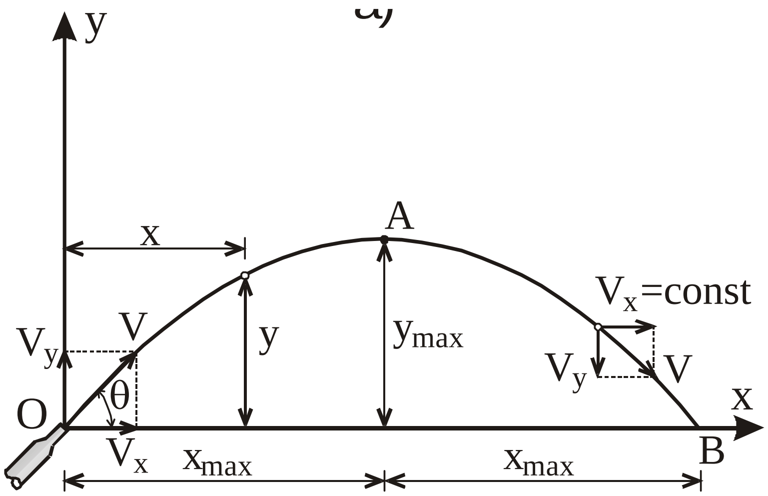
Губитоци=линиски

$$H = \frac{V_m^2}{2g} + f\frac{L}{d}\frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{V_m^2}{2g} = H - f\frac{L}{d}\frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$N = \rho g Q\left[H - f\frac{L}{d}\frac{Q^2}{2gA^2}\right]$$

Дострел на млаз



насока x: забрзување $a_x=0$

брзина $V_x=V\cos\theta$

растојание $x=V_xt$ или $t=x/V_x$

насока y: забрзување $a_y=-g$

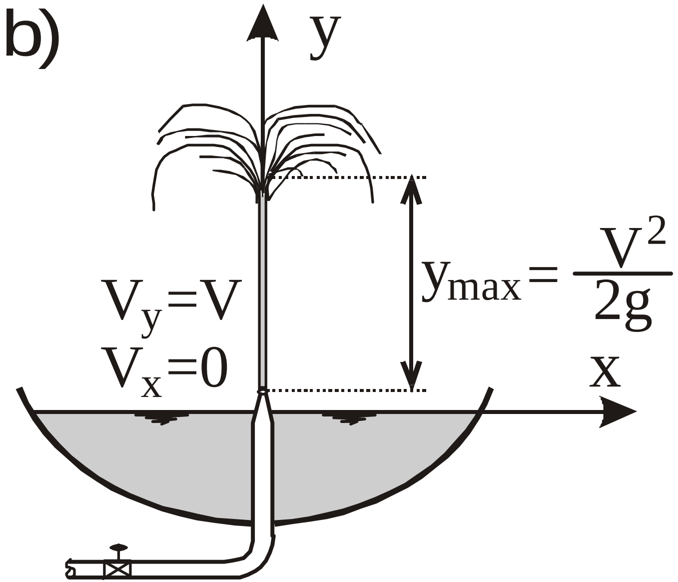
брзина $V_y=V\sin\theta$

растојание $y=V_yt-gt^2/2$

$$y = V\sin\theta\left(\frac{x}{V\cos\theta}\right)-\frac{g}{2}\left(\frac{x}{V\cos\theta}\right)^2$$

$$y = x\,tg\theta-\frac{g}{2\cdot V^2\cos^2\theta}\cdot x^2$$

Дострел на млаз



$$y_{max} = \frac{(V\sin\theta)^2}{2g} = \frac{V_y^{\,2}}{2g}$$

Коефициент на Chezy

Darcy-Weisbach

C-Chezy-ев коефициент

$$V^2 = \frac{8g}{f} R \frac{h_f}{L} \Rightarrow V = \boxed{\sqrt{\frac{8g}{f}}} \sqrt{R \boxed{\frac{h_f}{L}}}$$

S_f-хидраулички градиент

$$V = C\sqrt{RS_f}$$

$$Q = AV = AC\sqrt{RS_f} \Rightarrow Q = K\sqrt{S_f}$$

$$S_f = \frac{h_f}{L} = \frac{Q^2}{K^2}$$

Chezy-ева равенка

$$h_f = \frac{Q^2}{K^2} L$$

$$K = AC\sqrt{R}$$ **Модул на проток**

Manning $C = \frac{1}{n} R^{1/6}$

Bazin $C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$

Kutter $C = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{23n}{\sqrt{R}}}$