3 КИНЕМАТИКА НА ФЛУИДИТЕ

3.1 Основни концепти на движењето

Кинематика е дел од динамиката на флуидите што го изучува движењето како функција од просторот и времето. Со други зборови, кинематиката ги определува геометриските карак-теристики на промените на флуидните честички и флуидот во целина, без да навлегува во причините зошто настанале тие промени. Функционалните зависности што се воспоставуваат при ваквото изучување се извонредно важни за движењето, затоа што флуидните честички се однесуваат различно од цврстата материја. Имено, флуидите освен што можат да се движат транслаторно и вртежно како и цврстата материја, можат да ја менуваат својата положба, форма и волумен, односно да се деформираат. За некое флуидно струјно поле со познати својства, концептите на кинематиката ја определуваат положбата на флуидните честички во просторот и времето. Постојат два начина за определување на оваа положба.

Траекторија. Патот што една честичка го опишува во просторот за одредено време е патна линија или траекторија и нејзината диференцијална равенка преку проекциите на брзината и растојанието се пишува:

$$\boxed{\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w}=dt} \qquad [3.1]$$

Заради дифузниот карактер на флуидите многу е тешко да се следи една честичка со нејзините промени во просторот и времето, затоа Lagrange-овиот метод не нашол широка примена, освен при изучувањето на промените на цврстите честички.

Струјна линија. Векторните линии на брзините во струјното поле се струјни линии или струјници. На секоја точка од струјната линија и припаѓа вектор на брзината чиј правец е тангентен на струјната линија. Диференцијалната равенка на струјната линија може да се напише со проекциите на векторот на брзината:

$$V=\sqrt{u^2+v^2+w^2} \qquad [3.2]$$

и растојанието:

$$ds=\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2} \qquad [3.3]$$

а аглите што истите ги заклопуваат со оските во координатниот систем (x-y-z) се определени со:

$$\cos\alpha=\frac{dx}{ds}=\frac{u}{V};\quad \cos\beta=\frac{dy}{ds}=\frac{v}{V};\quad \cos\gamma=\frac{dz}{ds}=\frac{w}{V}$$

па за диференцијалната равенка на струјната линија се пишува:

$$\boxed{\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w}=\frac{ds}{V}} \qquad [3.4]$$

Оваа равенка покажува дека струјните линии ја менуваат својата форма во тек на времето, бидејќи брзината зависи од времето. Струјната линија не се поклопува со траекторијата на некоја флуидна честичка, затоа што струјната линија ја сочи-нуваат различни честички, а траекторијата е определена со по-ложбата на една иста честичка при нејзиното движење во просторот. Струјните линии и траекториите се поклопуваат само кога основните карактеристични големини на движењето, бр-зината, притисокот и густината не се променливи во тек на време, односно за стационарно течење.

3.2 Класификација на течењата

Движењата или течењата на флуидите можат соодветно да се изучуваат само ако се знае за каков вид на течење станува збор. Класификацијата на течењата може да се изврши врз основа на различни критериуми: време, простор, вектор на брзина, густи-на, вискозитет и друго.

Стационарни и нестационарни. Еден од примарните критериуми за класификација на течењата е времето. Кога параме-трите на текот, како што се брзината, притисокот и густината, не се менуваат во тек на време, течењето е стационарно ($\partial V/\partial t=0$), а кога тие се менуваат во тек на време, течењето е нестационарно ($\partial V/\partial t\neq 0$). Стационарните течења можат да би-дат рамномерни или непроменливи, кога карактеристиките на текот за разгледуван дел од струјното поле остануваат константни, или со други зборови, немаат промени во правец на движењето ($\partial V/\partial s=0$) и нерамномерни или променливи кога карактеристиките на текот имаат промени во правец на движе-њето ($\partial V/\partial s\neq 0$).

Едно, две и тродеmenзионално. Течењата во просторот имаат вектор на брзина кој ја менува својата положба во просторот и во тек на време. Ако тој вектор има само една проекција, течењето е еднодимензионално или линиско $V=V(x,t)$. Ако векторот има проекции во две хоризонтални насоки, течењето е дводимензионално или рамнинско $V=V(x,y,t)$ и ако има проекции по трите координатни оски, тогаш течењето е тродимензионално или просторно $V=V(x,y,z,t)$.

Вртежни и безвртежни. Кога флуидните честички во внатрешноста на струјното поле ротираат околу некоја оска, течењето е вртежно, а ако не ротираат течењето е безвртежно.

Под притисок и без притисок. Кога струјното поле од сите страни е ограничено со цврсти граници без контакт со надворешниот атмосферски притисок, течењето е под притисок. Вакви се течењата во резервоарите и цевководите. Ако струјното поле на флуидот има слободна површина во контакт со надворешниот атмосферски притисок, тогаш течењата се без притисок. Вакви течења се оние во каналите, реките и езерата. Освен ваквата глобална класификација на течењата може да се изврши и поконкретна класификација со анализа на големината на одредени бездимензионални параметри како што се Reynolds-ов број (R_e), Froude-ов број (F_r), Richardson-ов број (R_i) и други. Овие броеви се всушност односи на инерцијалната сила или силата од забрзувањето и некоја карактеристична сила.

Ламинарни и турбулентни. Вискозитетот како физичко својство на флуидите ја определува карактеристичната сила од вискозитет, а нејзиниот однос со силата од забрзувањето го определува Reynolds-овиот број (R_e):

$$R_e = \frac{F_{ин}}{F_\nu} = \frac{\rho u^2 L^2}{\mu u L} = \frac{uL}{\nu} \qquad [3.5]$$

каде (ν) е кинематски коефициент на вискозитет, а (L) е карактеристична должина. За цевки карактеристичната должина е дијаметарот (d), а за отворени текови таа е најчесто длабочи-ната (y) или хидрауличкиот радиус (R). Големината на овој број го определува течењето како ламинарно или турбулентно. Течењето е ламинарно кога се силите од вискозитет доминантни ($R_e\leq 2000$ за цевки и $R_e\leq 500$ за отворени корита), а е турбулентно кога инерцијалните сили се доминантни ($R_e>2000$ за цевки и $R_e>500$ за отворени корита).

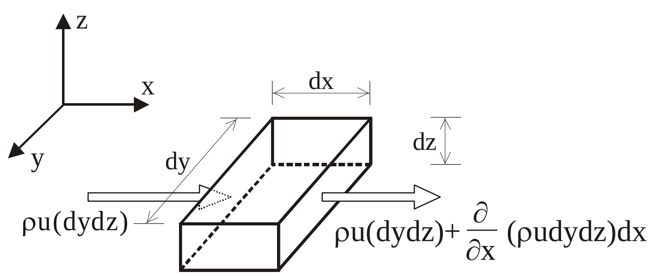
Субкритични и суперкритични. Забрзувањето од гравитација-та како параметар за класификација, ја определува силата од тежината како карактеристична сила, а нејзиниот однос со инерцијалната сила е бездимензионален број, односно Froude-овиот број (F_r):

$$F_r = \frac{F_{ин}}{F_g} = \frac{\rho u^2 L^2}{\rho L^3 g} = \frac{u^2}{gL} \quad \text{или} \quad F_r = \frac{u}{\sqrt{gL}} \qquad [3.6]$$

Кога (F_r=1) инерцијалните сили и силите од гравитацијата се во рамнотежа и течењето е критично. За (F_r<1) силите од гравитацијата се доминантни и течењето е субкритично или мирно, а за (F_r>1) инерцијалните сили се поголеми од силите на гравитацијата и течењето е суперкритично или бурно.

3.3 Равенка на континуитет

Движењето на флуидите и ниваната математичка дескрипција е со основните принципи за конзервација и тоа на масата согласно кинематските услови и на енергијата и количеството на движење согласно динамичките услови за што ќе стане збор во делот динамика на флуидите. Задоволувањето на конзервацијата на масата, резултира со равенката на континуитет и со неа се обезбедува непроменливост на масата на флуидот во непре-кинато струјно поле на движењето.



Слика 3.1

За изведување на оваа равенка се разгледува контролен волумен со димензии (dx), (dy) и (dz) чии граници не ја менуваат својата форма и низ нив протекува маса на флуид ($\rho u dA$). Протекот на масата на флуид се изразува со [kg/m^3][m/s][m^2]=[kg/s], каде (u) е средна брзина на протекување низ елементарниот попречен пресек (dA), Сл. 3.1.

Ако за тродимензионално течење проекциите на векторот на брзината се (u), (v) и (w) во соодветните насоки (x), (y) и (z) тогаш протекот на маса што влегува и излегува во насока (x) низ границите на контролниот волумен со површина (dydz), изнесува:

$$\underbrace{\rho u(dydz)}_{\text{влез}} - \underbrace{\left[\rho u(dydz) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u dydz)dx\right]}_{\text{излез}} \qquad [3.7]$$

или нето протекот на масата е:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho u dydz)dx \qquad [3.8]$$

Ако на ист начин се изрази нето протекот на масата низ другите гранични површини (dxdz) и (dxdy), односно во насоките (y) и (z) и ако се направи збир на сите елементарни нето протеци на масата, се добива:

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right]dxdydz \qquad [3.9]$$

Промената на масата во внатрешноста на контролниот волумен ($d\forall = dxdydz$), се изразува со промената на густината на флуидот во тек на време:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho dxdydz) \quad \text{или} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} dxdydz \qquad [3.10]$$

Промената на масата во границите и онаа во внатрешноста на контролниот волумен треба да се еднакви:

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] dxdydz = \frac{\partial \rho}{\partial t} dxdydz \qquad [3.11]$$

или по делење со елементарниот волумен ($d\forall = dzdydz$), се добива равенката на континуитет за тродимензионално нестационарно течење на стислив флуид:

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] = \frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad [3.12]$$

Ако е течењето стационарно нема промени во тек на време ($\partial\rho/\partial t=0$), па равенката [3.9] добива форма:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w = 0} \qquad [3.13]$$

За нестисливи флуиди (ρ=const), па следува:

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0} \qquad [3.14]$$

Кога течењето е дводимензионално, нема промени во вертикална насока ($\partial w/\partial z=0$), па равенката на континуитет за стационарно течење и за нестисливи флуиди се пишува:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad [3.15]$$

а за еднодимензионално стационарно течење, кога ($\partial v/\partial y=0$), следува:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad [3.16]$$

Оваа равенка го определува стационарното рамномерно или непроменливо линиско течење:

$$Q = \int_{\forall} \frac{\partial u}{\partial x} d\forall = \int_{A} u dA \qquad [3.17]$$

каде (Q) е протечно количество или волумен на флуид што поминува во единица време низ пресек зафатен со течење со површина (A) и во практичното инженерство најчесто се изразува во [m^3/s] или [l/s]. Последната равенка покажува дека принципите за конзервација воспоставени за бескрајно мал контролен волумен можат да се пренесат на флуидно поле во целина. При ова за протечен пресек се подразбира онаа површина што ја определува рамнината нормална на струјните линии и е активна во процесот на течење. За два пресека со протечни површини (A_1) и (A_2), равенката на континуитет може да се напише:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \qquad [3.18]$$

каде (V_1) и (V_2) се средни брзини во пресеците 1 и 2 и се определуваат:

$$V = \frac{\int_A u dA}{\int_A dA} = \frac{\int_A u dA}{A} \qquad [3.19]$$

Поимот средна брзина има извонредно големо практично значење. Имено, флуидите заради својот дифузивен и деформабилен карактер, имаат различни брзини на флуидните честички, па нивното осреднување во попречниот пресек е често непходно во процесот на решавање.

4 ДИНАМИКА НА ФЛУИДИТЕ

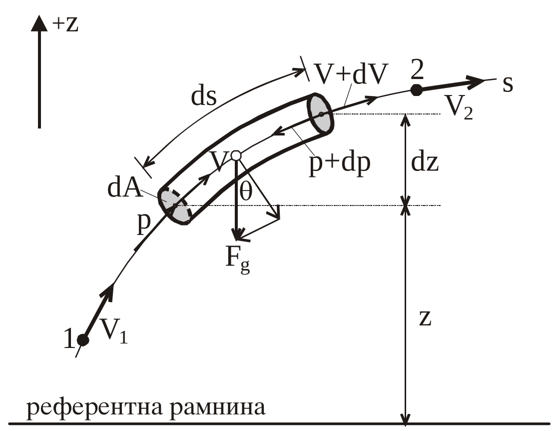
4.1 Основни принципи

Движењето на флуидите е комплексно и често неможе да се анализира математички егзактно, бидејќи честичките се движат со различни брзини и забрзувања. При комплексната анализа на движењето, механиката на флуидите се повикува на трите основни принципи: (i) одржување на масата, (ii) одржување на енергијата и (iii) одржување на количеството на движење.

Задоволувањето на првиот принцип доведува до равенката за непроменливост на масата на флуидот во непрекинато струјно поле на движење, односно до равенката на континуитет. Задоволувањето на вториот и третиот принцип доведува до динамичката равенка, со која се изразува рамнотежата на силите. Со вториот принцип се добива енергетската равенка која има големо практично значење, но и одредени ограничувања во примената. Со третиот принцип се доаѓа до равенката за коли-чество на движење која нема ограничувања во примената.

4.2 Енергетска равенка за идеален флуид

Euler-овите равенки за движење на идеален флуид можат да се интегрираат само под одредени услови. Нека се разгледува движење по некоја струјна линија кога векторот на брзината не е функција од времето, Сл. 4.1.



Слика 4.1

Силите што го напаѓаат елементарното струјно цевче со по-вршина (dA) се: силата од притисокот ($pdA - (p + dp)dA = -dpdA$), силата од тежината во насока на движење ($\rho \cdot ds \cdot dA \cdot g \cdot \sin\theta$), каде ($\sin\theta = dz/ds$). Овие сили треба да се еднакви на производот на масата и забрзувањето согласно на вториот Newton-ов закон $M(dV/dt)$, односно на инерцијалната сила:

$$-dpdA - \rho \cdot dsdA \cdot g(\frac{dz}{ds}) = \rho \cdot dsdA \frac{dV}{ds} V \qquad [4.1]$$

Забрзувањето на десната страна од равенката е изразено за стационарно течење со промена на брзината од растојанието:

$$V=V(s)$$

$$\frac{dV}{dt}=\frac{dV}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}=\frac{dV}{ds}V \qquad [4.2]$$

Со делење на последната равенка со (ρdA), се добива Euler-овата равенка за еднодимензионално стационарно движење на идеален флуид во диференцијална форма:

$$\frac{dp}{\rho}+VdV+g\cdot dz=0 \qquad [4.3]$$

или по делење со (g) следува:

$$\frac{dp}{\rho g}+d\left(\frac{V^2}{2g}\right)+dz=0 \qquad [4.4]$$

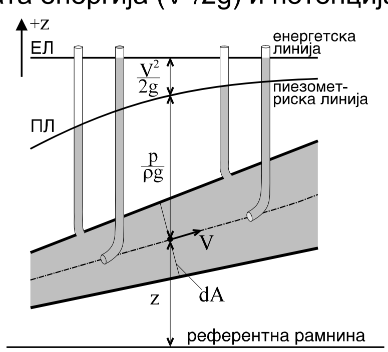
Оваа равенка за нестислив флуид (□=const), лесно се интегрира помеѓу две точки 1 и 2 на некоја струјна линија:

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho g}+\frac{{V_1}^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{{V_2}^2}{2g}+z_2} \qquad [4.5]$$

а бидејќи точките 1 и 2 се арбитрарни во однос на хоризонталната референтна рамнина, Сл. 4.1, следува:

$$\frac{p}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}+z=H=\text{const} \qquad [4.6]$$

Оваа равенка важи за сите точки по должината на струјната линија (s). Позната е како Bernoulli[3]-ева равенка и ја изразува зависноста помеѓу притисокот и брзината. Константата (H) е вкупна енергија и се добива како збир на притисната енергија ($p/\rho g$), кинетичката енергија ($V^2/2g$) и потенцијалната енергија (z) .



Слика 4.2

Секој член во оваа равенка има димензија на должина, затоа во хидрауликата се употребуваат следните изрази: кинетичката енергија се вика brzinska viso~ina, односно од таа височина флуидната честичка треба да падне за при дејство на гравитацијата да ја достигне брзината (V), притисната енергија се вика пиезометриска височина, а потенцијалната енергија е височина на положбата или геодетска височина. Точките што ги поврзуваат пиезометриските височини по рамнината на некое струјно поле геометриски ја определува пиезометриска линија (ПЛ), а оние на вкупната енергија ја определуваат енергетската линија (ЕЛ) која секојпат се наоѓа над пиезометриската линија за големината на брзинската височина ($V^2/2g$).

Bernoulli-евата равенка има извонредно практично значење, но строго треба да се води сметка за условите или, поточно рече-но, за ограничувањата при кои е изведена. Истата покажува дека при движење на нестислив флуид во полето на земјината гравитација збирот на брзинската, пиезометриската и геодетската височина не зависи од времето и има иста вредност во секоја точка од струјната линија. Ова значи дека при иста висо-чина притисокот опаѓа ако брзината расте и обратно. До Bernoulli-евата равенка се доаѓа и ако се појде од општите равенки за тридимензионално нестационарно течење, равенки 4.3, и ако секоја од равенките се помножи соодветно со елементарното растојание (dx), (dy) и (dz), а потоа се соберат. Така, на левата страна се добива потенцијалот на силата и потенцијалот на притисокот, а на десната страна потенцијалот на брзината, се добива равенката 4.10.

4.3 Видови на отпори

Изучувањето на движењето на флуидите согласно основните принципи за зачувување на количеството на движење и енергијата тесно е поврзано со познавање на отпорите. Кај идеалните флуиди линијата на енергија е хоризонтална што значи дека попатно нема губитоци на енергија. Кај реалните флуиди губиток на енергија постои заради отпорите, кои можат да бидат линиски и локални. Линиските губитоци се резултат на отпорот од триење по должината на текот, односно на тангенцијалните напрегања заради вискозитетот на флуидот. Овие губитоци се определуваат како дел од кинетичката енергија со изразот на Darcy-Weisbach:

$$h_f = f\frac{L}{4R}\frac{V^2}{2g} \qquad [4.7]$$

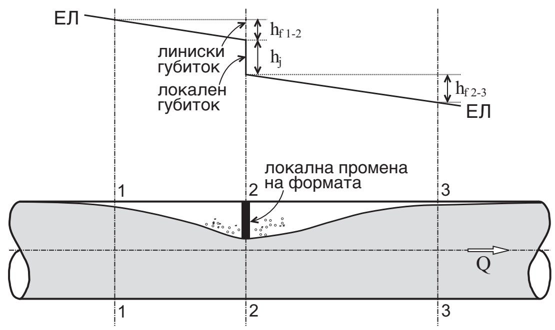
каде (f) е коефициент на триење, (L) е должина помеѓу пресеците, (R) е хидраулички радиус и (V) е средна брзина. За кружни пресеци целосно исполнети со течност, како што се цевководите под притисок, хидрауличкиот радиус изнесува (R=d/4), па изразот на Darcy-Weisbach се пишува:

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} \qquad [4.8]$$

Освен губитокот на енергија заради триење, при движењето на флуидите можен е и локален губиток. Истиот се случува на одредено место и е резултат на геометриската промена на формата како што се стеснувања, проширувања, разгранувања, кривини, затворачи и други арматури. Локалните губитоци, слично како и линиските, се определуваат како дел од кине-тичката енергија во пресекот:

$$h_j = k\frac{V^2}{2g} \qquad [4.9]$$

каде (k) е коефициент кој зависи од промената на формата и најчесто се определува експериментално, а многу ретко анали-тички. Овие губитоци настануваат и геометриски се прикажу-ваат на самото локално место, Сл. 4.7. Во практичното инже-нерство многу често се занемаруваат локалните губитоци. На пример, при течење во долги цевководи и отворени канали, доминантни се линиските отпори, што не е случај кај кратките цевководи кога учеството и на линиските и на локалните отпори е значително и треба рамноправно да се третираат.


ЕЛ
$h_{f\,1\text{-}2}$
линиски губиток
h_j
локален губиток
$h_{f\,2\text{-}3}$
ЕЛ
локална промена на формата
1
2
3
Q
1
2
3

Слика 4.3